

Math. 658.

Math. 658

UNIVERS



ARITHMETICÆ

BREVIS INSTITVTIO.

IN QVA NOVA RATIO

MULTIPLICANDI ET DIVI-
dendi per tabulam Pythagoricam, &
alia non passim obuia explicantur.

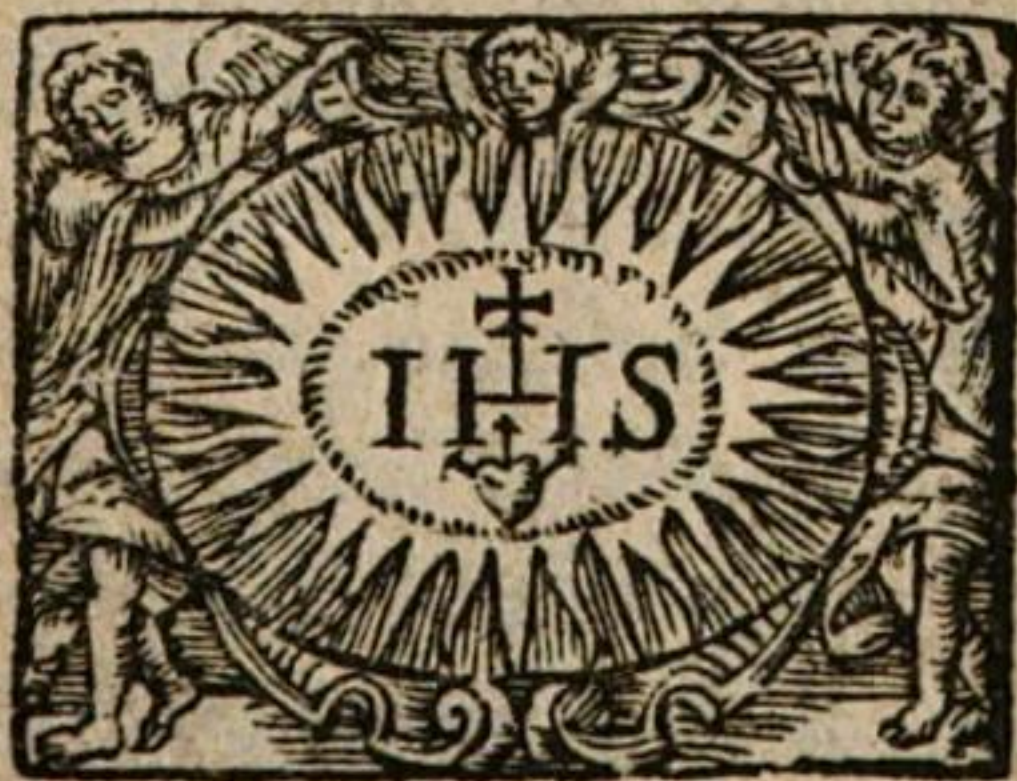
Library OPERA Augustin

CAROLI MALAPERTEII

Montensis è Societate IESV.

gand

1629



D V A C I,

Typis BALTAZARIS BELLERI;
sub Circino Aureo. .

Dono R.^{mi} ac Amplissimi Domini
D. PETRI DE MEY
Canonici ac Thesaurarii S. Bavonis,
& Walsæ Decani: A.^o 1679.

& Wafiae Decani: A. 1679.

ARTHMETICÆ

PRÆCIPUE

BREVIS INSTITVTIO

IN QVA NOVA RATIO

NUMERICARVM ET DIVI-

den per tabulam & logarithm, &c.

alia non parum obvia explicantur.

OPERA

CAROLI EMILII PERITII

Præfatus a Societate 1657.



DVACI

LIBRARIARVM

sub Censura 1650.

ANNO 1655



IVVENTVTI

MATHEMATVM STUDIOÆ

In Academia Duacena.



PROPRIA quedam laus est
nostra Mathematica, Iuue-
nes Academici, quod à prin-
cipijs, usq̃ simplicissimis ex-
orsa, in rerū difficillimarum cognitio-
nem rectā deducat; cæteris interim dis-
ciplinis ab effectis sensu notioribus ad
principia & causas, & ab his ad effecta
lōgo ductu regredientibus. Nostri pro-
inde in scholis Arithmetica, quæ ma-
gnitudinē ab omni situ & propositione li-
beram contemplatur, Geometriam, ma-
gnitudinum & partiū situ iam constri-
ctam, ut naturæ ordine & dignitate,

A 2

ita

ita etiam doctrina methodo antecedit. Neque verò hoc suo tantum iure ratiocinandi facultas ceteris Mathematicæ partibus anteit, sed multò etiam magis quod earum nonnullas veluti mancipio sibi habeat addictas, ceteræ autem quicquid præstant, idem ipsa expeditiùs cōficiat, præsertim si exquisitissimam illam Arithmeticæ vim adhibeas, quàm Algebram dicunt. Quid enim numeris planis & cubicis, numerorumque radicibus non monstramus, quod aut figurarum planarum beneficio, aut Stereometria docere Geometer possit? Sed quā illud admirandum, astrorum conuersiones, motuumque periodos paucis numerorum tabellis ita comprehensas teneri, ut cælestes illas choreas ad numerorum modos & harmoniam gressus componere & moderare cogamus? Cùm igitur disciplinas Mathematicas via ac ratio-

ratione tradere constituissem, visum est
 in primis breuem hanc Arithmetica
 praxim adornare, quæ non tantum ad
 reliqua capeßenda Mathemata viam
 præmuniret, sed ad omnem vitæ usum
 ad priuatas publicasque rationes prod-
 esse posset. Quid enim homine illo im-
 politius atque ad omnem vitam inepti-
 tius, qui neque dati acceptique rationes
 subducere, neque numeros aliquot pos-
 sit in digitos coniungere? Porro quod at-
 tinet ad eam multiplicandi partiendi-
 que rationem, quæ fit tabellæ Pythago-
 ricæ beneficio, non eo consilio est pro-
 posita, ut methodo usitata relictâ pas-
 sim usurpetur: neque enim aut tabellæ
 illius segmenta semper erunt ad ma-
 num, aut ab huiusmodi adminiculis
 pendere Arithmeticum decet. Sentietis
 tamen non paruum temporis, operæque
 compendium ab ea praxi (quod ego

6

non semel sum expertus) si quando circa triangulorum, præsertim Sphæricorum, calculum longæ atque impeditæ diuisiones erunt peragenda. Deus Opt. Max. laborem hunc meum vobis utilis esse iubeat, cui studia hæc, ceteraque omnia lubens merito dico atque consecro.

FACVL-

FACULTAS R.P. PROVINCIALIS SOCIETATIS IESV.

E Go infra-scriptus Societatis IESV Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica, iuxta priuilegium à Serenissimis Principibus nostris ALBERTO & ISABELLA eidem Societati nostrę concessum, quo omnibus prohibetur ne libros ab eiusdem Societatis hominibus compositos, absque Superiorum permissione imprimant; facultatem do Baltazaro Bellerio Typographo Duacensi, vt librum cui titutus est, Commentarius in priores sex libros Elementorum Euclidis, & Institutiones Arithmeticę practicę CAROLI MALAPER-
TII ð Societate IESV, ad Sex annos proximos imprimere & liberę distribuere possit.

Datum Tornaci 9. Nouembris 1519.

FLORENTIVS DE MONTMORENCI.

A 4

APPRO-

APPROBATIO.

IN hac Arithmeticae practi-
ca Institutione R. P. CA-
ROLI MALAPERTII nihil est
quod fidei Catholicae, aut bo-
nis moribus aduersetur.

Actum Duaci die 18. Februa-
rij 1620.

GEORGIVS COLUENERIVS
S. Theologiae Doctor & professor, &
librorum in Academia Duacena Cen-
sor.

ARITH



ARITHMETICÆ
PRACTICÆ BREVIS
INSTITVTIO.

CAPVT I.

De Numeratione.



NUMERVM quemlibet exprimunt Arithmetici vna vel pluribus è decem notis subiectis.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Inter quas 1 vnum significat, 2 duo, 3 tria, & sic ordine deinceps vsque ad 9, quæ significat nouem: vltima verò cyfra dici solet, quæ per se nihil signifi-

A 5

cat,

cat, sed reliquis addita earum auget valorem. Solent etiam hæ notæ vocari **Digit**i.

Ordo notarum coniunctarum.

Cum plures notæ seu digit

i iunguntur ad numerum aliquem constitutum, ordo talis est, ut prima sit quæ ultimo scribitur, procedendo à dextra in sinistram. Exempli causa in numero 1620. prima nota est cyfra 0. secunda 2. &c. Ratio huius ordinis est, quod notæ primæ ad dexteram minus recedunt ab unitate, quæ est omnis numeri principium; & in plærisque operationibus Arithmeticis incipimus à notis primis ad dexteram ut mox apparebit.

Valor notarum coniunctarum.

Cum plures notæ ordine collocatæ numerum constituunt, quæ primo loco posita est idem valet quod solitariè sumpta, siue significat suum simplicem numerum

numerum infra decem; secunda vero significat suum numerum decies; hoc est, valet decies tantum, quantum valeret seorsim accepta; tertia significat suum numerum centies, quarta millies, quinta decies millies, sexta centies millies, septima decies centies millies, seu millies millies; & ita de cæteris si plures fuerint, augendo decuplo semper valorem cuiusque notæ supra valorem proximè præcedentis. Exempli causa in numero 3624. nota prima 4. significat quatuor; quantum significat separata, secunda 2 significat viginti, decuplum scilicet eius quod valeret solitariè sumpta, tertia 6 significat centuplum sui numeri, hoc est sexcenta, quarta 3 significat millicuplum sui numeri seu tria millia; totusque numerus est tria millia, sexcenta, viginti, quatuor. Item numerus 604 significat sexcenta & quatuor; 30206, triginta millia ducenta & sex &c.

Praxis pro numeris maioribus enūtiādis.

In magnis numeris, qui propter

A 6

multa

12 ARITHMETICÆ PRACTICÆ

multarum notarum seriem difficulter comprehenduntur & enuntiantur, distingue ternas quasque notas virgula interiecta, & scias in primo ad dextram ternario esse unitates; in secundo millia; in tertio millia millium seu miliones; in quarto millia millionum; in quinto miliones millionum, &c. Exempli causa.

E | D | C | B | A.

25 | 485 | 604 | 236 | 720.

In primo ternario A sunt septingentæ viginti unitates, in secundo B ducenta triginta sex millia, in tertio C sunt miliones, in quarto D millia millionum, in quinto E miliones millionum &c.

Talis ergo numerus sic est enuntiandus; viginti quinque miliones millionum, quadringenta octoginta quinque millia millionum, sexcenti quatuor miliones, ducenta triginta sex millia, septingenta viginti.

Neque est quod refugiamus vocem illam barbaram *Millio*, cum apte exprimat

prīmat, quod alias molesta repetitione
millium sit significandum. Valet ergo
vnus *Millio* idem quod decies centena
millia, seu millies mille: vt *Millio au-*
reorum sunt decies centena millia au-
reorum, seu millies mille aurei.

CAPVT II.

De Additione.

AD DITIO est plurium numerorū
in vnam summam collectio.

P R A X I S I.

Cum plures numeros in vnum vō-
les colligere, scribe numeros addendos
vnum sub alio, notis sibi correspon-
dentibus. Quod si numeri non constēt pa-
ri multitudine notarum, scribātur pri-
mæ notæ sub primis, ita vt vacuitas
appareat versus sinistram. Vt si dentur
numeri A, B, C, D. colligendi in vnam
sum-

14 ARITHMETICA PRACTICA
 summam, sic disponentur.

$$\begin{array}{r}
 5783 \text{ A} \\
 8271 \text{ B} \\
 12 \text{ C} \\
 3 \text{ D} \\
 \hline
 14069 \text{ E Summa}
 \end{array}$$

P R A X I S II.

Numeris apte collocatis, & lineola subducta quâ distinguantur à summa colligenda, incipies in vnum colligere primas notas omnium numerorū, hoc modo; 3 & 2 sunt quinque, quinque & 1 sunt sex, sex & 3 sunt 9, quę subscribis pro prima nota summe E, collocasque directe sub primis notis numerorum collectorum.

P R A X I S. III.

Cum numerus ex vna serie collectus pluribus notis constet, prima tantum subscribitur in summa, altera vero mente seruatur, iungenda cum notis seriei sequen-

sequētis. Vt in eodem exemplo sic per-
gis ad secundas notas: 1 & 7 sunt 8; octo
& 8 sunt 16, quem numerum vides ge-
mina nota constare; subscribis ergo
priorem quæ est 6, & posteriorem 1,
mente seruas; ac pergendo ad tertias
notas dicis, 2 & 1 quod mēte seruo, sunt
tria, tria & 7 sunt 10 subscribis ergo 0
& seruas. Denique progredieris ad vl-
timum ordinē & dicis; 8 & 1 quod ser-
uo sunt nouem; nouem & 5 sunt 14 quæ
integra subscribis: semper enim vltima
collectio subscribitur integre. Fit ergo
summa E 14069.

5 7 8 3 A

8 2 7 1 B

1 2 C

3 D

2 G

2 F

14069 E Summa

EXAMEN I.

Cum explorare voles an recte abso-
luta sit additio, collige in vnum quo-
cūque placuerit ordine notas summæ,
&

16 ARITHMETICA PRACTICA
& abijce nouem quoties supra 9 numerus excrescit; quod vero post vltimam abiectionem superest, annota. Idem fac percurrento notas numerorum additorum, & si post vltimam abiectionem ipsorum nouem, totidem manent quot manebant ex summa, recte habet additio facta; sin secus, male. Vt in superiore exemplo percurrento summam, 4 & 1 sunt 5, 5 & 6 sunt 11, & abiectis 9 manent 2, cumque nihil superfit nisi cyfra & 9 quæ sunt abijcienda, annoto 2 vbi F. Similiter abijcio 9 ex notis numerorum A, B, C, D. & deprehendo post vltimam abiectionem manere etiam 2. quæ noto vbi G, & colligo recte peractam esse additionem.

EXAMEN II.

Subtrahe vnum quemlibet numerum puta A ex summa E (vt docebitur capite sequenti) & reliquos numeros B, C, D collige per additionem in vnam

nam summum: nam si hæc summa æqualis sit ei quæ remansit post subtractionem, bona fuit prima additio.

CAPVT III.

De subtractione.

SUBTRACTIO est minoris numeri è maiore subductio. Interueniunt ergo tres numeri in hac operatione. Maior ex quo fit subtractio, Minor subtrahendus, & residuus qui manet post subtractionem.

P R A X I S I.

Colloca numerum subtrahendum sub maiore; primis vtriusque notis sibi respondentibus vt in Additione, praxi prima diximus. Vt si ex 240 subtrahenda sint 30 ita stabit exemplum.

340. A Maior numerus

30. B Subtrahendus

210. C Residuum.

P R A X I S II.

Numeris dispositis & lineola subten-
sa aufer primam notam numeri subtra-
hendi, ex notis desuper respondentibus,
hoc modo; cyfrâ sublatâ ex cyfra
manet nihil seu cyfra, sub primis no-
tis in C notanda. Deinde 3 ex 4 relin-
quunt 1 quod noto suo loco; ac deni-
que quia ex vltima notâ maioris nume-
ri nihil est subtractum, ea in residuo
scribitur integra. Est ergo residuum
210.

P R A X I S III.

Cum nota aliquanumeri subtrahen-
di auferri nequit ex superiore corres-
pondente in maiore numero, decē mu-
tuo sunt sumēda ex nota sequēti; ideo-
que sequens nota minor vnitate erit
æsti-

æstimanda quam re vera sit. Vt in exē-
plo adiuncto sic procedes. 7 ex 6 aufer-
ri non possunt; quare accipio mutuo v-
nitatem ex nota sequenti quæ est 4 &
dico 7 ex 16 relinquūt 9 quæ subscribo.

46 A

27 B

19 C

Deinde 2 ex 3 (nam propter commo-
datam vnitatem 4 fiunt 3) relinquunt
1 quæ subscribo & facta est subtractio.

Perinde feceris siue propter decem
assumpta mutuo, minuas sequentē no-
tā numeri superioris vt iam factum est;
siue notā sequentē numeri subtrahendi
augcas vnitatem. Vt si exempli causa ita
procedas. 7 ex 6 non possū; traho igitur
à 10 & manent 3, & additis 6 fiūt 9 sub-
scribēda. Deinde propter assumpta 10
sequens nota 2 fit 3 quæ subtracta à 4
relinquūt 1. Estq; hæc praxis sæpe prio-
re cōmodior, vt apparebit in ipso vsu.

Similiter assumes 10 si in numero
maiore occurrāt vna vel plures cyfræ,

ex

20 ARITHMETICA PRACTICA
 ex quibus nihil potest subtrahi; donec
 venias ad notam significatiuam cui de-
 trahetur vnitas propter decem assum-
 pta. Verbi causa in hoc exemplo sic
 procedes.

$$\begin{array}{r}
 800046 \text{ A} \\
 236 \text{ B} \\
 \hline
 799810 \text{ C}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 0 \\
 0
 \end{array}$$

Auferendo 6 de 6 manet 0, & 3 de 4
 manet 1. Nunc vero quia 2 auferenda
 essent ex 0, ex qua tamen nihil detrahi
 potest, assumatur mutuo 1, vt sic æsti-
 mari possit cyfra pro 10, ex quibus au-
 ferendo 2 manent 8. Et quia sequens
 nota iterum est cyfra, assumpta iterum
 vnitate estimetur pro 10, ex quibus, si
 auferatur vnitas prius mutuò accepta,
 manebunt 9; iterumque assumenda erit
 vnitas mutua pro tertia cyfra & ex 10
 auferendo 1 manebunt rursus 9; atqui
 hæc vnitas ex postrema nota 8 recipien-
 da erit, ex qua proinde remanebunt 7;
 atque ita peracta est subtractio.

E x A-

EXAMEN I.

Abijce 9 quoties potes ex maiore numero A, similiter ex duobus reliquis numeris B & C: quod si ex maiore numero idem manet, quod ex duobus reliquis simul sumptis, bona fuit subtractio. Vt in exemplo proxime allato, nihil manet vtroque; vnde colligas rectè institutam operationem.

EXAMEN II.

Collige in vnum per additionem numerum detrahendum B, & residuum C, eritque summa additionis numerus maior A, si bona fuit ante subtractio. Id in allato exemplo videre licet.

799810. C

236. B

 800046. A

CA-

CAPVT IV.

De Multiplicatione

MULTIPLICATIO est sumptio vnius numeri toties, quoties in altero continetur vnitas. Vt multiplicare 6 per 4, est toties sumere 6 quoties vnitas continetur in 4. Dicitur etiam Multiplicatio Ductus vnius numeri in alterum, metaphorâ ex Geometricis sumpta: idem enim est multiplicare vnum numerum per alium puta 3 per 5, atque vnum rectanguli latus in alterum ducere; puta si rectanguli E F G H, latus E H trium pedum, ducatur in latus H G, quod sit pedum quinque. Hinc inquam manauit quod dicimus vnū numerū in alterum duci, cum alter per alterum multiplicatur. Quatuor autem genera numerorum occurrere possunt in vna multiplicatione: A numerus multiplicandus,

candus, B numerus multiplicans, C producti partiales, qui interueniunt cum multiplicans constat pluribus notis, D productus totalis,

PRAXIS I.

Vtrum voles numerorum qui inter se multiplicandi sunt, colloca superius, & alterum inferius, notis primis sibi respondētibus, vt in additione & subtractione, praxi I. Commodius tamen erit maiorem è duobus numerum facere superiorem, vt si sint inter se multiplicanda 315 per 24, ita stabit exemplum.

315. A Multiplicandus,
24. B Multiplicans,

1260. C } Producti partiales.
630. D }

7560 E Productus totalis.

PRAXIS II.

Multiplica primam superioris cum
prima

24 ARITHMETICÆ PRACTICÆ

primæ inferioris, & dic; 4 ducta in 5 sūt
20, subscribis ergo 0, & seruas 2 vt in
additione. Pergis per eandem notam
inferioris multiplicare sequentes supe-
rioris, & dicis: 4 in 1 sunt 4, & duo, quæ
seruo, sunt 6, quæ subscribis. Amplius
quater 3 sunt 12, quæ est vltima multi-
plicatio per primam notam, & integra
subscribenda.

Similiter per secundam notam ip-
sius B, quæ est 2 multiplicas notas
omnes numeri superioris, & dicis: bis
5 sunt 10; seruo igitur 1 & scribo cyfrā
sub ipsa nota multiplicante 2, non sub
5; quod diligenter est obseruandum:
semper enim quod prodit per primam
vnius notæ multiplicationem sub ipsa
nota multiplicante scribendum est. De-
inde 2 in 1 sunt 2, & vnum quod seruo
faciunt 3. Denique bis 3 sunt sex quæ
subscribo.

His peractis, productos partiales col-
ligo per additionem in summam E, &
peracta est multiplicatio.

P R A

PRAXIS III.

Si occurrant cyfræ initio numeri multiplicantis, aut multiplicandi, aut vtriusque, omittendæ omnes erunt, & instituenda multiplicatio vt si abessent. Verum post multiplicationem omnes vtriusque numeri apponendæ sunt ad productum. Vt in exemplo subiecto, duæ cyfræ multiplicandi, & vna multiplicantis additæ sunt ad productum totale.

$$\begin{array}{r}
 32600 \\
 340 \\
 \hline
 1304 \\
 978 \\
 \hline
 11084000.
 \end{array}$$

PRAXIS IV.

Si occurrant cyfræ interpositæ alijs notis numeri multiplicantis, possunt præteriri. Vt vides factum in exemplo. Memineris tantum (iuxta id quod pra-

26 ARITHMETICÆ PRACTICÆ

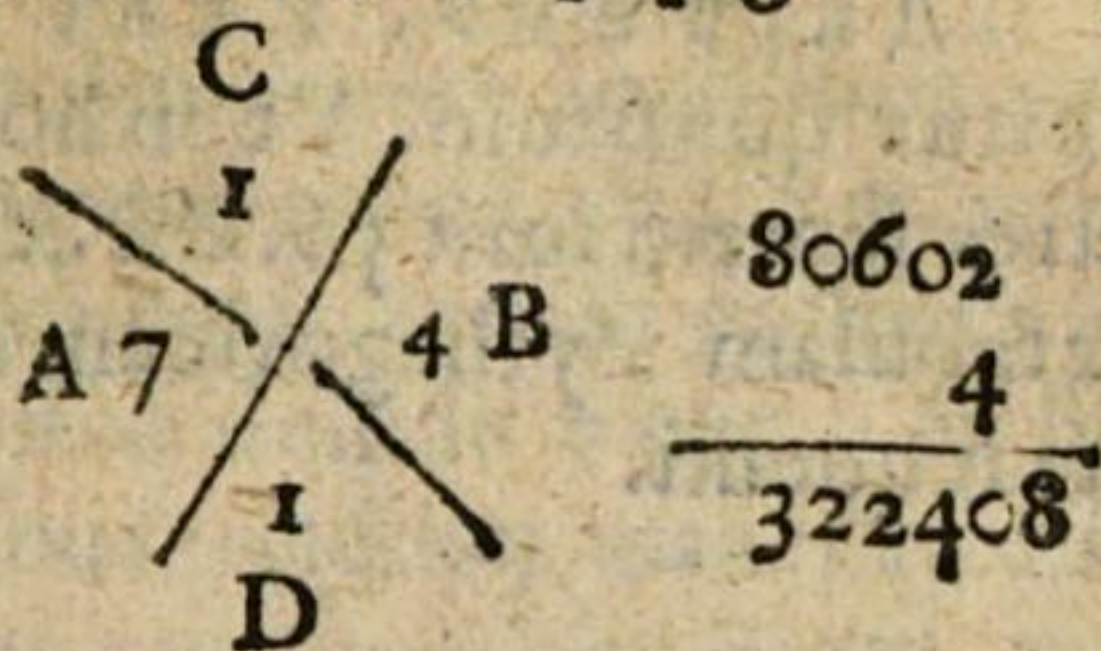
xi 2 monuimus) id quod primum per
sequentem notam producetur sub ipsa
nota multiplicante, non autem sub cy-
fra esse collocandum.

$$\begin{array}{r}
 423 \\
 206 \\
 \hline
 2538 \\
 846 \\
 \hline
 78138
 \end{array}$$

PRAXIS V.

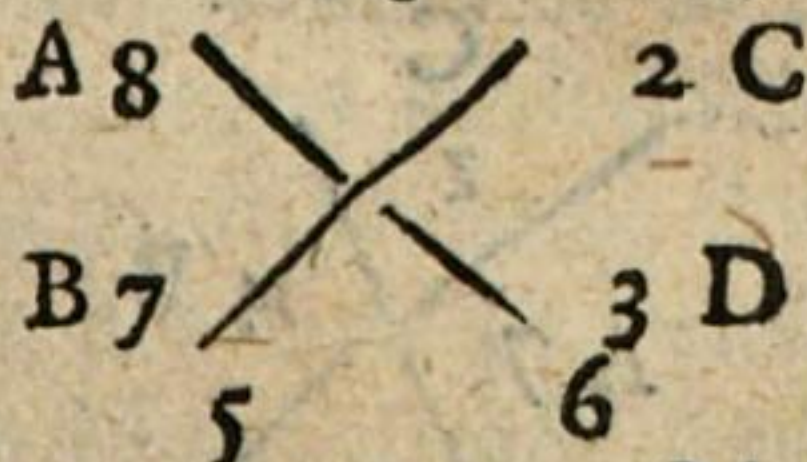
Si erunt cyfræ in medio numeri
multiplicandi, eæ in producto nota-
buntur; nisi forte aliquid manserit ex
prioris notæ multiplicatione quod lo-
co cyfræ notetur. Vtrumque observa-
re licet in adiecto exemplo; nam prior
cyfra numeri multiplicandi notatur in
producto; non autem posterior, quia
ex multiplicatione notæ præcedentis
aliquid seruabatur, quod notatum est
loco cyfræ.

C



PRAXIS VI.

Si quando Tyronibus non ita prōp-
tum est colligere quem numerum fa-
ciant duæ notæ inter se multiplicatę,
puta sexies 7, octies 9: vti possunt hac
arte. Scribatur vna nota sub altera vt
A, B & ad latus notetur quātum vtra-
que distet à 10, vt C, D, hæ distantie
C & D inter se multiplicētur, sub quib-



bus notetur productum, subtrahatur
denique distantia alterutra à nota alte-
ra cuius non est distantia, ab ea inquā,
quæ per crucem opponitur, vt C à B,
vel D ab A, & residuum notetur & ha-
bebitur

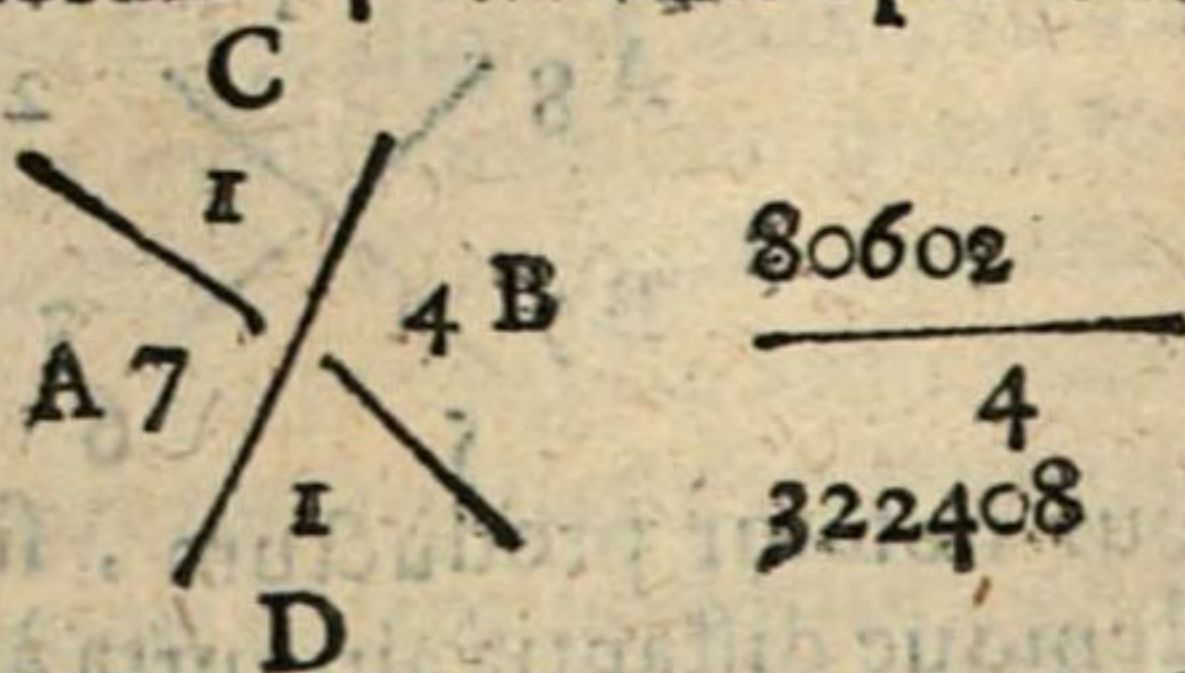
B 2

bebitur

28 ARITHMETICA PRACTICA
 bebitur quæsitum. Vt in hoc exemplo
 octies septem sunt 56. Est & alia praxis
 per tabulam Pythagoricam de qua ca-
 pite sequenti.

EXAMEN I.

Abijce 9 ex multiplicando, & residuū
 nota, idem fac in multiplicante, & per
 residuum huius multiplica residuū nu-
 meri prioris, ex producto autem abijce
 rursus 9 & residuū annota. Ex summa
 deinde abiectis similiter 9 si tantūdem
 manet quantum superfuit ex produ-
 cto residuorum. bona fuit operatio.



Res fiet clarior in exemplo proximè al-
 lato, in quo ex numero multiplicando
 post abiecta 9 manent 7, quæ annoto
 in sinistra parte crucis vbi A Deinde
 quia

quia in multiplicante non sunt nisi 4 ex quibus non potest abijci 9, ea ipsa 4 scribo in parte crucis opposita vbi B. Multiplico deinde 7 per 4 & fiunt 28, ex quibus reiectis 9 manet 1, quam notam pono in superiore parte crucis vbi C. Postremo ex producto abijcio 9, & superest etiam 1 quod colloco vbi D. ac simul quia æquales numeri sunt C & D intelligo rectè factam multiplicationem propositam.

EXAMEN II.

Diuide productum totale per multiplicantem numerum, & in quotiente prodibit numerus multiplicandus, si bona fuerat multiplicatio. Aut si idem productum diuideris per multiplicandum, exhibit Multiplicans. Sed de diuisione dicetur capite 9.

B 3

C A-

CAPVT V.

DE TABVLA PYTHAGORICA
*eiusque nouo quodam usu ad omnem
multiplicationem.*

TABVLA quam ab auctore Pythagoricam dicunt, est series numerorum multorum sub suis simplis ordine collocatorum; quæ quidem in infinitum, vt numeri ipsi, posset exten-

^A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	^B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
^C	8	16	24	32	40	48	56	64	72	^D
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

di, sed

di, sed plerumque non vltra 9 diducitur. In supremo igitur ordine huius tabulæ collocantur notę Arithmeticæ 1. 2, &c. vsque ad 9, & sub singulis ponitur duplum. triplum. &c. vsque ad nouēcuplum : quæadmodum videre licet in proposita tabula A B C D.

Vsus tabulæ est ad promptam multiplicationem duarum inter se notarum seu digitorum ; nā si vnus quæratur in laterali ordine A C & alter in supremo A B, descendaturque vsque ad seriē notæ lateralis, in ea ipsa erit numerus productus per multiplicationem illarū inter se notarum. Exempli causa quæro quot sint 8 in 9 ducta, seu octies nouē. Accipio igitur in laterali ordine 8 vbi C, & in supermo 9 vbi B & sub hoc descendendo vsque ad ordinē ipsius C, hoc est vsque ad D. ibiq; inuenio 72 & hic est numerus quæsitus nā octies 9 sunt 72

Atque hic vsus tabulæ Pythagoricæ possim traditur. Est tamen alia quædam ratio per tabulam hanc Pythagoricam mobilem expedite admodū multipli-

32 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
cationem non duarum tantū, sed quot-
uis etiā notarum perficiendi: Mobilem
autē hāc tabulam voco si excisæ essent
singulæ colūnæ, & à se mutuo separatæ
transpoui pro lubito possent ad quēvis
numerus in supremo ordine collocan-
dum; nā si columna AC & ceteræ om-
nes essent excisæ, possem earum trāspo-
sitione quemlibet numerum in ordine
AB collocare; qui constaret ijs notis
quæ in ordine AB continentur.

P R A X I S I.

Preparatio tabulæ Pythagoricæ mobilis

Parentur ex ære, charta solida, aut
materia alia idonea laminæ tenues &
oblōgæ, quæ in nouē quadrata æqualia
possint diuidi, ipsa vero quadrata secē-
tur in duo triangula ductis diametris à
sinistro sursum in dextram. In supremo
deinde triāgulo dextro scribatur nota
aliqua tabulæ Pythagoricæ, & sub ea
omnes numeri multipli, vt supra in ta-
bula A, B, C, D, factum vides.

Hoc tantū obseruabis, vt cū multiplū

alicuius notæ excrescet ad 10 aut vltra,
singulæ notæ in distinctis triangulis
scribantur, vt apparet in typo subiecto,

A	B	
1	2	
2	4	
3	6	
4	8	
5	10	
6	12	
7	14	
8	16	
9	18	

Cum vero duæ facies future sint in
quaque lamina, scribentur in vna qua-
que duodigiti diuersi. Exēpli causa in
vna scribētur notæ 1. 2. cum suis multi-
plis ordine descendētibz, eritque fa-
cies anterior A, posterior B. In secunda
B s lamina

34 ARITHME. PRACTICÆ
 lamina continebuntur digiti 3, & 4 In
 tertia 5 & 6; in quarta 7 & 8, in quinta
 9. & 0. Et quia numeri possunt habere
 easdem notas pluries repetitas, vt in
 numero 166 bis repetitur nota 6, idcir-
 co plures singularum notarum lamellæ
 parandæ erunt: quanto enim plures e-
 runt tãto instructiores erimus ad quã-
 uis multiplicationem peragendam.

E A B C D

	I	$\frac{7}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{4}$	
H	II	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	K
	III	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	
	IV	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	
	V	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{0}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{0}$	
	VI	$\frac{4}{2}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{4}{8}$	
	VII	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{6}$	
L	IIIX	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{6}{4}$	M
	IX	$\frac{6}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{7}{2}$	
F						G

Parabitur deinde angulus rectus in quo disponi lamine possint, vt apte inter se plurium quadrata recto ordine respondeant, eiusdemque anguli latus vnum in 9 quadrata similiter secabitur, adscriptis numerorum notis, vt hic vides notatum angulum E F G, in quo sunt dispositæ quatuor lamellæ A, B, C, D.

P R A X I S II.

Additio numerorum in tabula Pythagorica

Si quæ exigua difficultas occurreret in multiplicatione per has lamellas, ea erit in colligendis numeris cuiusque ordinis quorum numerorum additio sic peragetur. Quia iussimus quadrata laminarum spatia diametris diuidi, ideo cum plures coniungentur, ex dimidijs duarum spatijs fient quadrangulæ illæ figuræ quas Geometre Rhomboides dicunt; & quæ in vna huiusmodi figura

continentur notæ conflandæ, sunt in vnum, cum numeri per lamellas dispositi in vnam summam erunt colligendi. Exēpli causa in laminis A, B, C, D, superius dispositis sūt in supremo ordine Rhomboide tres, vnus in quo est 7. secundus in quo 6, tertius in quo 1. & totidem alij sunt in sequentibus ordinibus.

Cum ergo voles addere in vnum numeros cuiusque ordinis, puta ordinis secūdi H K, incipies à dextra in sinistram seu ex K in H procedēdo. Habes igitur in primo triāgulo iuxta K notā 6, quam scribis primo loco ad dextram: habes deinde in primo Rhomboide 2 & 1 quas notas coniungis in vnam & fiunt 3. In secundo Rhomboide sunt 2 consequenter scribenda, in tertio 4 & 1 quæ faciunt 5, ac denique in vltimo triangulo est 1 scribendum vltimo loco. Est ergo summa ex toto ordine HK collecta 15236.

Quando autem notæ vnus Rhomboidis vltra 9 progressæ, non possunt
vnica

vnica nota comprehendi, tunc vt fit in Additione, scribitur etiam hic nota prior & vnitas in mente seruata sequenti Rhomboidi aut triangulo adiūgitur. Exempli caussa si colligantur in vnum numeri ordinis L M. Ex primo triāgulo iuxta M colligo 4; ex primo Rhombo, 8 & 6, quæ faciunt 14; scribo igitur 4, & seruo 1. Deinde in secūdo Rhomboidesunt 8, & 1 quod seruabam sunt 9, quæ adscribo: in tertio Rhombo, 6 & 4 sunt 10, scribo cyfram & seruo 1; deinde in vltimo triangulo sunt 5, & 1 quod seruabam sunt 6 Est ergo summa ordinis L. M. 60944.

Hunc modum colligendi numeros à dextra in sinistram tamdiu tenebis, donec modico vsu id consequaris vt iam numeri tibi non sint per partes exscribendi, sed possis prompte totum vnum ordinem legere, & lectum transcribere. Nō enim difficile est à sinistra in dextrā progrediendo additiunculas illas mente peragere, & cum duæ notæ vltra 10 excrescunt, vnitatem refundere

38 ARITHME. PRACTICÆ.
 dere in Rhomboidem aut triangulum
 præcedens, Sic in ordine HK leges
 quidecim millia ducenta triginta sex,
 &c.

P R A X I S I I I .

Multiplicatio per hanc tabulam mobilem.

Numerus multiplicandus constitua-
 tur in supremo ordine laminarum, de-
 inde singulis notis numeri multiplican-
 tis quæratür correspondens in notis
 Romanis anguli EFG, nam in eo ordi-
 ne erit productum totius numeri per
 quamvis notam multiplicati. Colligen-
 tur ergo per praxim præcedentem om-
 nes numeri illius ordinis, & sub nume-
 ro multiplicante scribentur, vt fit in v-
 sitata multiplicatione.

$$\begin{array}{r}
 7618 \\
 28 \\
 \hline
 60944 \\
 15236 \\
 \hline
 213304
 \end{array}$$

Res

Res in exemplo erit clarior. Proponatur numerus 618 per 28 multiplicandus, colloco ergo in angulo EFG lamellas A, B, C, D. quæ illum numerum multiplicandum exhibent in supremo ordine.

Deinde in latere EF anguli EFG quæro IIX primam notam numeri multiplicantis, quam inuenio in L, ordo ergo LM, est multiplicatio totius numeri 7618 per 8: Quare colligo per additionem praxis superioris & transcribo hunc numerum, collocandum vt in multiplicationis forma vsitata. Postea quæro in eodem latere EF secundam notam numeri multiplicantis quæ est 2, & transcribo ordinem HK illi notæ II respondentem. Colligo denique partiales numeros productos in vnâ summam per additionem more solito, & perfecta est multiplicatio, vt supra exhibetur.

CA-

CAPVT VI.

De Diuisione.

DI **V**I **S**I **O** est partitio numeri in aliquot suas partes. Ad quam perficiendam tres numeri occurrunt, Diuidendus, Diuisor & Quotiens: ita barbare vocamus numerum inuentum per diuisionem, qui indicat quoties contineatur diuisor in diuidendo.

P R A X I S I.

Numerum diuidendum, qui est necessario maior, superiore loco constitue, & sub eo diuisorē notis sinistris sibi respondentibus, cōtra quā factum est in præcedentibus operationibus. Exempli causa, si diuidenda sint 78, per 6, diuisor 6 non sub 8 sed sub 7 primo collocabitur hoc modo,

Quod si applicando

78(
6

diuisorem

diuisorem primę notę numeri diuidendi, desuper respondentes non constituerent numerum maiorem ipso diuisore, tunc diuisor nō sub prima, sed sub secunda nota primum collocandus est. vt si erunt diuidenda 216 per 6. ita stabit exemplum.

$$\begin{array}{r} 216 \\ 6 \end{array}$$

PRAXIS II.

Numeris rite positis aduerte quoties diuisor contineatur in notis sibi superpositis, & quoties continebitur, tātum numerum colloca post virgulan curuam qui locus est Quotientis. Numquā autem diuisor in numero superposito continebitur plusquam nouies, ac propterea Quotiens numquam erit ponendus maior quam 9. Deinde per Quotientem multiplica diuisoris singulas notas (si plures fuerint) & productū subtrahe ex notis numeri diuidendi quę sunt supra diuisorem, residuoq; supra easdem notas diuidendi numeri anno-

42 ARITHME. PRACTICÆ
 annotato tranſuerſa linea conſige tam
 diuiſorem quam notas ſupra poſitas ex
 quibus facta eſt ſubtractio. Vt in ex-
 emplo allato, primum quæro, quoties
 6 in 21 inuenio eſſe ter: pono ergo 3 in
 quotiente poſt lineolam 3
 curuam multiplico dein- 2 x 6 (3
 de 6 per 3 & fiūt 18, (quæ 6
 vel mēte retineo. vel ſcri- x 8 A
 bo ſub 21 vbi A) quibus ſubtractis ex
 21 manent 3 annotanda ſupra 1, & con-
 fixis notis circa quas fuit operatio, per-
 acta eſt diuiſoris prima applicatio.

*Examen poſt ſingulas applicationes
 diuiſoris.*

Si inter operādum poſt factam mul-
 tiplicationem diuiſoris per Quotientē
 non poſſit fieri ſubtractio, nimis mag-
 nus Quotiens eſt acceptus, & iteranda
 operatio. Vt ſi in exemplo ſuperiore
 ſumpſiſſem 4 pro Quotiente, multipli-
 cando 4 in 6 fierent 24, quæ ex 21 de-
 trahi nequeūt. Alius ergo minor Quo-
 tiens

tiens assumendus est, nimirum 3.

Si autem post factam subtractionem maneret supra diuisorem maior numerus ipso diuisore, scias sumptum esse Quotientem iusto minorem; qui error si contingeret, diuisor quoties poterit subtrahi debebit ex eo quod remansit, & quoties subtrahetur, totidem vnitatibus augendus erit Quotiens: vt si eodem exemplo sumpsissem 2 pro Quotiente, operatio processisset vt vides, & supra diuisorem mansissent, 9, qui numerus maior est ipso diuisore, 6, quia ergo ex 9 potest semel extrahi 6, Quotiens 2 in 3 debet commutari, & ex 9 subtractis semel 6 manebunt 3, eritque correctus error.

PRAXIS III.

Peracta & examinata prima applicatione, promoueatur diuisor vna nota versus dextrā, quæratur Quotiens, fiat multiplicatio, subtractio, cōfixio notarum

44 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 rum vt prius: quo eodem modo proce-
 detur ad cæteras omnes applicationes
 si plures erunt necessarię, donec diui-
 sor vltimæ notæ numeri diuidendi fue-
 rit aplicatus. Vt in exemplo supra ad-
 ducto, promoueo diuisorem, & quæro
 quoties 6 in 39 quæ superstant; inuenio
 autē cōtineri sexies, erit ergo Quotiens
 huius applicationis 6 quod adscribatur
 priori Quotienti. Deinde per Quo-
 tientem 6 multiplico di-
 uisorem 6, & fiunt 36 $216 \begin{smallmatrix} 3 \\ 6 \end{smallmatrix}$
 quæ subtracta ex 36 lu- 66
 perpositis nihil relinquunt; configo
 igitur omnes notas, & manet Quo-
 tiens 36, qui indicat diuisorem 6 con-
 tineri trigesies sexies in numero di-
 uidendo 216. atque adeo si fuissent 216
 aurei in 6 milites partiendi, vnicuique
 militi obtingerent 36 aurei.

Quod si post vltimam applicatio-
 nem maneret aliquid supra diuisorem,
 id iuxta Quotientem ponetur supra
 lineolam, infra vero collocabitur di-
 uisor, vt fiat numerus fractus Exem-
 pli

pligratia, si fuissent diu-
dendi 215 aurei in sex illos
milites, prima applicatio
eodem quo prius modo processisset in
secunda vero sumendus esset Quotiens
5, deinde multiplicando 6 in 5 fiut 30,
que subtracta ex 35 relinquunt 5, pona-
tur ergo 5 supra lineolam, & infra diui-
sor 6, eritque numerus fractus de quo
dicetur capite 8

P R A X I S IV.

Cū diuisor pluribus notis constabit
eadem erit operandi methodus, nisi
quod maior quædam cautio adhibenda
est in deligendo Quotiente, & ratio
habenda non tantum vnius notæ in di-
uifore, sed etiam sequetium, cum quæ-
rimus quoties diuisor in diuidendo cō-
tineatur. Exempli causa, si sint diuidē-
da 20108 per 135. Collocato diuifore
sub diuidendo, possem quidem primā
notam diuiforis habere bis in nota su-
perposita, & sumere pro Quotiente 2,
nisi per Quotientem 2 totus diuisor
esset

esset multiplicandus. Possem ergo multiplicare 2 in 1, & subtrahere ex 2 quæ superstant; sed cum deberem multiplicare 2 in 5, & in 3 eorū producta ex notis superpositis non possent subtrahi. Quare non possum sumere Quotiētem 2 vt permittit prima nota, sed habenda ratio sequentium, quæ non permittunt me sumere plusquam 1 pro Quotiēte. Sumo ergo 1 pro Quotiente & pergo, ac dico; 1 in 5, sunt 5, quæ ex 1 superposito subtrahi non possunt: traho igitur à 10 & manent; quibus adiecto 1 fiunt 6 superscribenda: & quia assumpsi mutua 10, debeo vnitatem detrahare ex nota sequēti quæ est 0; quia ergo à cyfra non possum, rursus traho 6 ex 10 & manent 9 superscribenda: sed nota sequēs 20, 08 (1 2 propter assūpta 10 fit 1. 238

Deinde pergo; 1 in 3, sunt 3 quæ subtracta ex 9 relinquūt 6; denique 1 in 1 est 1, & subtractum ex 1 nihil relinquit; manent ergo. 66 post primam applicationem absolutam. Posset etiam subtractio

Etio fieri iuxta praxim. 3.c.3. hoc modo
 1 in 5 sūt 5, quæ sublata ex 10 relinquūt
 5, & addito 1, fiunt 6 superscribenda; 1
 in 3 sunt 3, & propter assumpta 10 sunt
 4, quæ ex cyfra tolli ne- 66
 queunt, traho ergo à 10 & 208 (1
 manent 6: denique 1 in 1 138
 est 1, sed propter assumpta 10 fiunt 2,
 quæ ex 2 nihil relinquūt. Vides ergo
 iterum mansisse 66. vt prius.

Eodem recides si multiplicationem
 à sinistris incipias, hoc modo: 1 in 1 est 1
 quo sublato ex 2 manet 1: 6
 1 in 3 tūt 3, quæ à 10 relin- 176
 quunt 7: 1 in 5 sunt 5, quæ 208 (1
 ab 1 subtrahi nequeunt; 138
 traho ergo à 10 & manent 5, & cum ad-
 dito 1 fiunt 6, & propter 1 mutuo acce-
 ptū 7 fiunt 6, Harum autem methodo-
 rum nunc hæc, nūc illa expeditior est,
 vt vsu disces. Promoueo ergo diuiso-
 rem vna nota, hoc est, vt vltima eius
 nota, quæ in nostro exemplo est 5, pro-
 moueatur ad notam vltiorem quæ est
 in exemplo cyfra, reliquæ vero scri-
 bentur

bentur sub notis prima operatione cōfixis. Promoto inquam sic diuifore, quæro quoties diuifor contineatur minoris superpositis, quæ in exemplo sunt 660, aduertoque cōtineri quater: siue breuius quæro quoties prima nota diuiforis contineatur in superiore 6, & habita ratione fequentium aduerto me nonnifi 4 pro quotiente fumere poffe: Sumo ergo pro quotiente 4 & dico, 4 in 5 funt 20 cyfra à cyfra nihil aufert, 2 à 6 relinquunt 4, 1 à 6 12 relinquit 5, Amplius 4 54 in 3 funt 12, duo à 4 relinquunt 2, 1 à 6 relinquit 5. Denique 4 in 1 funt 4, quæ, à 5 relinquunt 1, & fic absoluta manet fecunda applicatio postquam manent 12 fupra diuiforem.

Venio ad tertiam applicationem, & promoto diuifore quæro quoties 1 in 12 quæ fupstant, ac propter notas fequentes quotiens non poteft effe plusquam 8. Sumo ergo pro Quotiente hu-

ius

ius applicationis 8 & pergo. 8 in 5 sunt
40, cyfra ex 8 nihil tollit, 4 ex cyfra
non possum, traho
igitur ex 10 & ma-
nent 6, vnde propter
assumpta 10, nota 2
quæ sequitur fit 1.
Deinde 8 in 3 sunt
24, 4 ex 6 relinquunt
2, 2 ex 1 nō possum,
traho ex 10 & manēt
8, quibus addēdo 1
fiunt 9, & propter assumpta 10, nota 1
quæ sequitur est delenda. Denique 8 in
1 sunt 8 quæ ex 9 relinquunt 1. Sicque
peracta est vltima applicatio post quam
manent 128 supra diuisorem, quæ scri-
benda sunt supra lineolam, vt suppo-
sito diuisore fiat numerus fractus, quæ
admodum vides in exemplo.

1
9
x
xz
x*2
666
20x08 (148 $\frac{128}{113}$
x3x5x
x33
x

P R A X I S V.

Si facta aliqua promotione diuisoris
supra diuisorem positæ notæ ne semel
C quidem

50 ARITHMETICA PRACTICA

quidem contineant diuisorem, in Quo-
tiente ponatur cyfra, & statim diuisor
promoueatur, nulla nota in diuidendo
expuncta. Verbi causa, si sint diuidēda
5039 per 24 postquam facta applicatio-
ne secunda inuenio tantum supra di-
uisorem 23, quæ ne
semel quidem, conti-
nent diuisorem, pono
in Quotiente cyfram,
& promoueo diuisorem, reliquaque
perficio iuxta ante dicta.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \overline{) 5039} \\ \underline{48} \\ 239 \\ \underline{240} \\ -1 \end{array}$$

Quod si ea applicatio esset vltima in
qua supra diuisorem inuenitur minus
ipso diuisore, ponatur
vltimo loco in quo-
tiente cyfra, & notæ
in diuidendo relictæ
collocabūtur vt supra dictū est in supe-
riore parte numeri fracti quod vides in
exemplo.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \overline{) 5039} \\ \underline{48} \\ 239 \\ \underline{240} \\ -1 \end{array}$$

P R A X I S VI.

Si vna vel plures cyfræ fuerint in fine
diuisoris auferentur; tollēturque toti-
dem

dem notæ postremæ ex diuidendo, & inter remanentes notas peragetur diuifio. Notæ autē ablatæ ex diuidendo addentur ad eas quæ fortè manferint pro numero fracto: aut si nihil maffisset, folę ponentur in superiore parte numeri fracti; cyfræ quoque ablatæ diuifori reftituētur, cum quibus de more colloca- bitur pro inferiori parte numeri fracti. Exempla vides hic subiecta in quibus

$$\begin{array}{r} \text{22} \\ 77 \overline{) 49} (25 \frac{242}{300} \\ \underline{300} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{2} \\ 92 \overline{) 66} (23 \frac{44}{400} \\ \underline{400} \\ 4 \end{array}$$

notæ lineis subtenfæ auferendæ sunt ante diuifionem:

P R A X I S VII.

Si diuifor fit vnitas cum vna vel plu- ribus cyfris, totidē primæ notæ numeri diuidendi erunt Quotiens quot sunt notæ in diuifore, reliquæ vero ponētur in superiori parte nu- meri fracti, vt factum vides in exemplo.

P R A X I S VIII.

Si fuerint cyfrę in fine numeri diu-
dendi, & antequam ad omnes cyfras
applicari possit diuisor nulla remaneat
nota significatiua, cyfrę \times
remanentes addantur ad $\times 6000$ (2400
Quotientem, vt videre $\times \times \times$
est in exemplo, in quo \times
cyfrę linea subducta notatę addicte
sunt Quotienti.

P R A X I S IX.

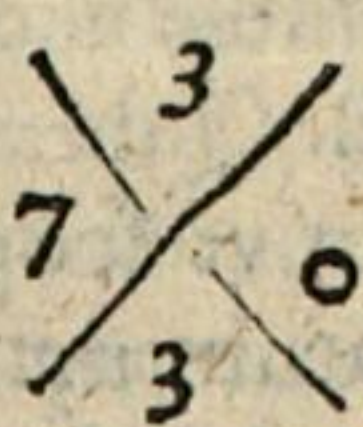
Diuisio minoris numeri per maiorem.

Si quando detur numerus minor per
maiores diuidendus, facienda est fra-
ctio, in qua diuidendus supra lineolam
& diuisor infra collocetur: nam hic
numerus fractus erit Quotiēs propo-
sitę diuisionis, vt si sint diuidenda 4 per 8
quotiēs erit $\frac{1}{2}$ si 9 per 100 Quotiēs erit
 $\frac{9}{100}$ de quorum valore dicemus capit. 8
Quod

Quod ergo post diuisionem adiungitur plerumque Quotienti, non est aliud quam diuisio minoris numeri per maiorem.

E X A M E N I.

Reijce 9 ex diuifore, & residuum nota in sinistro crucislatero, reijce item ex Quotiente, & hoc residuum cum priore multiplica: producto iunge notas quæ superfuerunt, & ex ijs aufer etiam 9. quodque supererit scribe in superiore parte crucis. Denique etiam ex numero diuidendo abijce 9. & reli-

2		27
6		<u>25</u>
191		135
696 (27 $\frac{12}{23}$)		54
258		<u>21</u>
2		696

quum in inferiore parte crucis adscribe, quod si cum superiore consentit recta fuit diuisio.

EXAMEN II.

Multiplica inter se diuisorē & Quotientem, & notas relictas ex diuisione (si quæ sunt) iunge productis partialibus; omnia deinde per additionem collige, & prodibit numerus diuidendus si recta fuit operatio; vt liquidò monstrabitur cap. seq.

Quid faciendum cum numero ex diuisione relicto.

Dicemus quidem accurate de numero fracto cap. 8. Quia tamen multi fractiones refugiūt vt scopulos quosdam, vano difficultatum metu exterriti; lubet hoc loco ostendere quomodo sine fractionibus reliquum illud diuisionis possit perfici, Numerus ergo integrorum qui relinquitur post diuisionem, per minorem aliquam mensuram

ram est multiplicandus, & producto
 applicandus diuisor, prodibit enim nu-
 merus partium, qui singulis vnitatibus
 diuisoris competit. Vt in exemplo exa-
 minis primi, fac 696 florenos in 25 pau-
 peres esse diuidendos; obueniet singu-
 lis 27 floreni, & supererunt floreni 21
 diuidendi in eosdem pauperes. Cum
 ergo in vnoquoque floreno continean-
 tur 20 asses, multiplicentur floreni 21
 per 20 asses, fientque 420 asses, quos di-
 uido per 25, & fit quotiens $16\frac{20}{25}$ de-
 bent ergo dari singulis pauperibus 16
 asses præter 27 florenos. Et quia ex
 posteriore diuisione manserunt 20 as-
 ses non diuisi, multiplico 20 asses per
 numerum denariorum qui in asse con-
 tinentur nimirum per 24, & fiunt 480
 denarij. Hos diuido rursus per 25 fit
 Quotiens $19\frac{5}{25}$ quare præter florenos
 & asses debentur in super singulis pau-
 peribus 19 denarij, & superlunt quin-
 que denarij quos non est operæ-pre-
 tium, in 25 diuidere. Simili modo
 procedetur in alijs mensuræ generi-
 bus.

¶ ARITHME. PRACTICÆ
bus. Vt, si erat ager viritim diuiden-
dus in eodem illo exemplo, & manse-
rint 21 perticæ non diuisæ, pertica
diuidetur in pedes, pes in palmos,
palmus in digitos, & minoribus men-
suris applicabitur diuisor, vt iam
fecimus.

CAPVT VII.

*De Diuisione per mobilem tabulam Pytha-
goricam.*

MVLTO facilior est diuisio per la-
mellas tabulæ Pythagoricæ, qua-
rum beneficio certius inuenitur Quo-
tiens, in quo fere momentum bonæ
diuisionis est positum, & error si quis
contigerit facilius aduertitur & emen-
datur.

PRA²

PRAXIS I.

Diuisorem colloca in supremo ordine laminarum, & sub eo descende donec occurrat numerus maior illo quem continent notæ numeri diuidendi quibus applicatus est diuisor; nam quotus erit ordo proximè præcedens, tantus erit sumendus Quotiens. Quod si sub diuisore nullus inueniretur numerus maior, tunc quotiens est 9. Numerus autem qui in ordine quotientis est descriptus collocandus erit sub notis diuidendi numeri, & ab iisdem de more subtrahendus, residuumque superscribendum sine vlla notarum confixione; neque etiam opus erit diuisorē delere, facile enim mente intelliges diuisorem promoueri, aut pūcto subscripto signabis notam numeri diuidendi ad quam diuisio peruenerit. Tota res exemplo fiet manifesta. Sint diuidendi 925738 Philippici in 317 milites. Colloco ergo in angulo EFG, lamellas ABC

58 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
continentes in vertice diuisorem 317.
Deinde descendendo in laminis sub diui-
fore, quærens numerum qui primus

E A B C

I	3	1	7
II	6	2	4
III	9	3	1
IV	12	4	8
V	15	5	5
VI	18	6	2
VII	21	7	9
VIII	24	8	6
IX	27	9	3

F

G

occurreret maior
quam 925, qui-
bus notis primo
diuisor applica-
tur; inuenio autē
maiorē in III or-
dine; quotiēs er-
go est ordo pro-
xime præcedens,
quare sumo 2 pro
Quotiēte; & nu-
merū in secunda
illa serie inuen-
tum, subscribo
notis numeri di-
uidēdi, à quibus
subtractione fa-

cta remanēt 311 de super annotāda. In-
telligo deinde promotum esse diuisorē
vsque ad 7: cui punctum est suppositum,
& quæro in laminis numerum maiorē
quam 317 & nullum inuenio, Quotiēs
ergo

ergo est 9 & hic vltimus ordo est scribendus, subtrahendusque à diuidendo, qua subtractione facta, residuum 264 supra notabitur, in quo diligenter aduerteres vt notæ notis directè & distinctè

superponantur ne pariat confusio:

Amplius intelligo diuisorem promotum sub 3 & quæro numerum ma-

iorem quam 2643

& inuenio in IX ordine: Quotiens

ergo est 8, cuius ordinis numerū tollo

ex diuidendo, & remanent 107. De-

mum promouetur diuisor sub 8, & quæro numerum ma-

iorem quam 1078 inuenioque in IV ordine: Quotiens ergo est 3 cuius numerū

transcribo; factaque subtractione remanent 127 pro numero fracto, & per-

acta est diuisio.

127

107

264

311

945738 (2983 ¹²⁷/₁₁₇

317...

634

2853

2536

951

127

Examen

945738

Possunt etiam si ita videbitur notæ numeri diuidēdi expungi, quādo cum illis absoluitur diuisio, vt fit in vsitata diuidendi ratione, sed eo modo quem præiuius, melius distingūtur singulę operationes & sicubi error obrepisset deprehenderetur facilius.

EXAMEN I.

Habet insuper id commodi hæc diuidendi ratio quod examen per multiplicationem (de quo cap. præd.) expeditissime perfici potest. Nam si notæ aliquæ manserunt diuisione peracta, æscribentur sub notis in vltima applicatione subtractis, & numeri omnes subtracti colligentur per additionē, redibitque in summa numerus diuidendus, si non est erratū. Verbi causa in exēplo superiore scribo 127 quę remanserant sub 951 & colligo in vnam summā omnes numeros subtractos inter operandū; reditque numerus diuidēdus, quare legitimè peracta est diuisio.

Obser-

Obſeruabis autē cum primus Quo-
 tiens eſt 1, tunc ipſum etiam diuiſorem
 debere colligi cum cæteris numeris
 ſubtractis: nam tunc ipſe diuiſor eſt
 vnus numerorum ſubtractorum. Cum
 vero primus Quotiens non eſt 1, diuiſor
 non erit cum cæteris in probatione
 colligendus, ideoque in noſtro exēplo
 diuiſor ab additione examinis ductâ li-
 neâ eſt excluſus.

C A P V T VII.

De numero fracto.

NUMERVS fractus, Minutia, ſeu
 fractio eſt numerus denotās par-
 tes aliquot cuiuſpiam integri. Vt vna
 ſecunda aſſis eſt dimidiatus aſſis; tres
 quartæ aſſis ſunt tres Quadrantes &c:

Sūt autem duo numeri in fractione,
 quorū vnus ſcribitur ſupra, alter infra
 lineolā hoc modo $\frac{1}{2}$. Superior dicitur
 Nume-

Numerator, quia numerat quot partes sumptę sint ex integro. Inferior dicitur Denominator, quia denominat & indicat quales partes sumptę sint ex integro. Vt minutia allata $\frac{1}{2}$ est vna secūda; hęc vero $\frac{3}{4}$ est tres quartę &c.

Quod ergo remanet post diuisionem & iuxta Quotiētem adscribitur, est numerus fractus. Nā quia notę remanentes nō potuerunt vltius per diuisorē diuidi, faciunt numerum fractum cum diuisore, suntque notę remanentes pro numeratore, & diuisor, est loco denominatoris. Vt ex diuisione capitis 7 mansit numerus fractus $\frac{127}{17}$ hoc est, centum viginti septem, trecentesima decima septime partes vnus Philippi-
ci.

Æstimatio numeri fracti.

Quando in fractione æquales sunt numerator & denominator, ea fractio vni integro æquiualeat, vt $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ vnus assis æquiualeat assi integro.

Cum

Cum vero numerator denominatore maior est, tunc minutia plus est quam vnum integrum, vt $\frac{3}{2}$ sunt assis cum dimidio.

Cum denique numerator denominatore est minor, tunc fractio minus est quam integrum. vt $\frac{3}{4}$ assis sunt tres quadrantes.

Hinc colligere licet numerum fractum, residuum ex diuisione semper esse minus quam vnum integrum: nam in ea fractione diuisor est loco denominatoris, & notæ ex diuisore remanentes sunt numerator. Iam vero notæ remanentes minorem semper numerum continent quam diuisor; quandoquidem in bona diuisione semper debet remanere numerus minor supra diuisorem, quam sit ipse diuisor. Semper ergo in hac fractione, numerator est minor denominatore, ac proinde minus valet minutia quam vnum integrum.

Sic in diuisione capitis 7 manent $\frac{127}{317}$

Debētur ergo militibus singulis præ-
ter

64 ARITHMETICA PRACTICA
ter Philippicos 2983 integros, debentur
Philippici inquam præterea singulis
 $\frac{1}{3}\frac{2}{17}$ vnius hoc est minus quam dimidius
Philippicus; accuratius enim fractio-
nem æstimare mox docebimus.

Æquivalentia numerorum fractionum

Æquivalentes minutia sunt omnes illæ
quorum numeratores eandem habent
rationem ad suos denominatores, vt
 $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ sunt æquivalentes, quia in omni-
bus numerator est dimidium sui deno-
minatoris,

Præterea quocunque numero multi-
plices aut diuidas vtramque partē fra-
ctionis hoc est tam de denominatorē quā
numeratorem, semper prodibit minu-
tia æquivalens. Vt si minutiam $\frac{6}{8}$ mul-
tiplices per 2 procreabitur minutia
æquivalens $\frac{1}{2}$. Item si eandem fractio-
nem diuidas per 2 exhibit minutia æqui-
valens, $\frac{3}{4}$ Ratio est, quod vtroque fra-
ctionis membro per eundem numerum
multiplicato vel diuiso semper redeunt
duo

duo alij numeri eandem inter se rationem habentes quam priores; quare ex ijs constituitur minutia priori æquiualens, iuxta 15. 5. Eucl,

P R A X I S I.

Reductio fractionis ad minores terminos.

Quia diximus per multiplicationem & diuisionem vtriusque partis numeri fracti, produci fractionem æquiualentem, oblata difficili fractione, quærendus erit numerus qui perfectè tam numeratorem quam denominatorem diuidat, isque numerus dici solet Cõmunis mensura: beneficio ergo huius numeri seu mensuræ communis, fractio reducetur ad aliam æquiualentem minoribus numeris expressam, in quibus proinde facilius æstimabitur valor datæ minutiæ. Inuenietur autè hoc modo communis mēsurā cuiusuis fractionis. Maior numerus per minorem diuidatur, & si quid manserit per hoc diuidatur

tur

66 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 tur numerus minor, qui ante erat diui-
 for; & si rursus aliquid superfuerit, per
 id ipsum diuidatur diuisor secundę di-
 uisionis, & per reliquum tertię diuisor
 tertię, donec fiat diuisio quę nihil re-
 linquat, nam perfectę huius diuisionis
 diuisor, erit communis mensura pro-
 positę fractionis per quem si diuidatur
 tam numerator quam denominator,
 prodibit fractio æquiualens, minimis
 terminis, quibus comprehendi potest,
 expressa. Verbi causa datur minutia $\frac{3}{4}$
 quam uelim redigere ad minimos ter-
 minos.

$$\begin{array}{rcl} 16 & 0 & \\ 48 \text{ (} 1 & 32 \text{ (} 2 & \frac{3}{4} \text{ per } 16 \cdot \frac{2}{3} \\ 32 & 16 & \end{array}$$

Diuido ergo 48 per 32 & manent 16,
 deinde per hoc residuū diuido diuisorē
 primę diuisionis, scilicet 32, & nihil
 manet. Est ergo diuisor huius secundę
 diuisionis nimirum 16, communis mē-
 sura datę minutię; ideoque diuido nu-
 meratorem 32 per 16 & prodit nume-
 rator

rator nouæ minutię 2. Similiterque diuiso denominatore 43 per 16, prodit 3 denominator minutiaę æquivalentis. Est ergo $\frac{2}{3}$ minutia, priori $\frac{1}{48}$ æquiualens.

Quod si inter quærendum communem mensuram non possit deueniri ad diuisionem perfectam, quę nihil relinquat (cuius signum erit si ex aliqua diuisione maneat 1,) tunc frustra quæritur communis mensura quæ nulla dari potest, & numeri fractionis illius erunt ex ijs, quos Arithmetici nominant numeros inter se primos; qui nullam admittunt communem mensuram. Vt dum tento reducere ad minores numeros fractionem capitis septimi, quæ est $\frac{1}{17}$ diuido 317 per 127, & manent 63, per quæ diuido 127 & manet 1: nulla ergo est mensura communis istorum numerorum 127, 317; sed sunt inter se primi, neque minutia ex illis constans ad faciliorem reduci potest.

Fit.

Fit etiam nonnumquam ut quamuis inueniatur cōmunis mensura, ea tamen tam sit exigua ut fractio æquualēs per illam producta, non multo sit priore faciliior. Exempli causa istius fractionis $\frac{129}{527}$ post multas diuisiones inuenio cōmunem mēsuram 3 per quam produco minutiam æquivalentem $\frac{43}{109}$ cuius valorem difficile adhuc sit cōprehendere. His ergo molestijs ut eatur obuiam alia arte erit vtendum, ut sequitur.

P R A X I S II.

Reductio fractionum ad partes decimas, centesimas, millesimas, &c.

Commodissimæ sunt fractiones in quibus denominator est 10, 100, aut alius numerus qui ab his in decupla est ratione: nam & faciliores sunt æstimatione illæ minutiae; & additiones, multiplicationes, diuisiones, harum inter se, & cum integris, fractionum sunt

sunt expeditissimæ. Data ergo fractio quælibet sic redigetur ad partes decimas, &c. Ad numeratorem addatur vna aut plures cyfræ: si enim vis partes decimas, vnica cyfra sufficiet, si centesimas, duabus opus erit, &c. Deinde numerator sic auctus diuidatur per denominatorem; nam primus Quotiens qui signabitur litera D, indicabit partes decimas, secundus C, centesimas, tertius M, millesimas, quartus DM, decies millesimas &c. quæ omnes simul sumptæ æquiualebunt datæ minutiæ. Vt in exēplo sæpius adducto, māserunt $\frac{127}{317}$ vnus Philippici. Applico ergo Numeratori tres cyfras, quem deinde diuido per denominatorem, & prodit pro primo Quotiēte 4; cōtinentur ergo in data fractione quatuor decimæ vnus Philippici, qui cum sit 50 assium, vna pars eius decima erit 5 asses, quatuor ergo decimæ sunt 20 asses. Deinde pro secūdo quotiēte prodicyfra: quod ergo amplius superest nō est pars cētesima Philippici siue dimidiu assis. Iterū
vero

vero si promoueam $\frac{42}{127000}$ (DCM
 diuisorem Quotiēs $\frac{31777}{400}$
 est 0, vnde quod su-
 perest non est pars
 millesima Philippi-
 ci quę proinde negligi potest; dabun-
 tur ergo singulis militibus 20 asses præ-
 ter Philippicos integros, & reliquum
 negligetur; nam non superant nisi 10
 asses in 317 diuidendi.

Eodē modo procedetur in alijs mē-
 suris puta in ponderibus, in perticis seu
 decempedis quibus agros metimur, a-
 lijsque huiusmodi.

PRAXIS III.

*Conuersio datæ fractionis in aliam
 cuiusvis denominationis.*

Numerator datæ fractionis multi-
 plicetur per denominatorem illius in
 quam facienda est conuersio, & produ-
 ctum diuidatur per datę fractionis de-
 nomi-

nominatorem: quotiens enim erit numerator fractionis quæ inquiritur. Exempli gratia datur fractio $\frac{2}{3}$ cōuertenda in partes sextas; seu quæritur quot partes sextas contineant duæ tertiæ. Datæ fractionis numerator 2 multiplicetur per denominatorem propositum 6, productum diuidatur per denominatorem datæ fractionis 3; quotiens enim 4 erit numerator qui quæritur: nam $\frac{4}{6}$ æquivalent $\frac{2}{3}$.

Quod si post diuisionem aliquid maneatex hoc fiet fractio vnus partis earum in quas fit cōuersio, Exēpli causa sint conuertendæ $\frac{5}{7}$ in partes nonas. Duc 5 in 9 & fient 45, quibus per 7 diuisis exit quotiens 6, & manet 3, per quod si diuidatur vna pars nona fiet fractio $\frac{6}{9}$ & $\frac{3}{9}$ hoc est sex nonæ & tres septimæ vnus partis nonæ (sic enim scribitur fractio fractionis de qua in fra cap. 9.) quæ æquivalent datæ minutia $\frac{5}{7}$.

P R A-

P R A X I S IV.

Reductio diuersarum fractionum ad eandem denominationem.

Datis duabus minutijs ad eundem denominatorem reducendis, multiplicentur denominatores inter se & prodibit communis denominator; numerator vero vnius multiplicetur per denominatorem alterius, & prodibunt numeratores minutiarū, ad communē denominationem reductarum. Vt datis minutijs $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ multiplico 3 in 5 & fiunt 15 communis denominator. Deinde duco 2 in 5 & fit numerator 10; item 4 in 3 & fiunt 12. His ergo numeratoribus 10 & 12 si supponatur communis denominator 15, existent minutiae reductae, ad eandem denominationem $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$, quarum prior priori datae, posterior posteriori, æquiualeat. Iam vero collectis in vnum numeratoribus 10 & 12 vt

22 vt sint 22, si supponatur denomi-
nator communis fiet minutia $\frac{22}{1}$ æqui-
ualens vtrique simul sumptæ.

Quod si dētur tres aut plures diuersæ
minutiæ reducuntur primū duę ex illis
ad eundem denominatorem & productæ
æquiuales colliguntur in vnam;
deinde vero tertia reducetur ad ean-
dem denominationem, cum hac con-
flata ex duabus præcedentibus; eodem-
que modo pergetur ad quartā, & alias,
si plures essent. Vt si dētur tres minutiæ
 $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, reducuntur duæ priores ad
eandem denominationem & prodibit
minutia $\frac{22}{15}$ æquiualeus vtrique v. iam
modo docuimus. Reducantur ergo ad
eandem denominationem $\frac{22}{15}$ & $\frac{6}{7}$
prodibuntque æquiuales $\frac{154}{105}$ & $\frac{90}{105}$
quarum collectis numeratoribus fiet
minutia $\frac{244}{105}$ æquiualeus tribus simul
minutijs datis; eamque, si fieri poterit,
reduces ad minores terminos per pra-
xim 1.

Quod si etiam scire voles quot par-

tes

74 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 tes huius communis denominationis
 105 contineat prima minutia, & secūda
 solitarie sumptæ diuide 105 per deno-
 minatorem alterutrius & Quotientem
 multiplica per eiusdem numeratorem, sic
 enim prodibit numerator fractionis
 æquivalentis. Vt 105 diuido per 3 &
 fit quotiens 35, qui multiplicatus per
 2 dat 70 numeratorem minutia $\frac{70}{105}$ æ-
 quivalentis primæ, quæ erat $\frac{2}{3}$. Subtra-
 cto deinde numeratore 70 ex 154 nu-
 meratore vtriusque simul sumptæ, ma-
 nent 84 pro numeratore minutia $\frac{84}{105}$
 quæ æquualet secundæ datæ. Habes
 ergo tres minutias separatas $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{20}{105}$
 quæ æquivalent totidem datis $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{7}$ &
 huic conflata ex omnibus $\frac{24}{105}$.

P R A X I S V.
*Reductio integrorum ad datam fra-
 ctionem.*

Numerus integrorum multiplicetur
 per denominatorem datæ fractionis &
 prodit-

prodibit numerator minuriæ, ad quam integra sunt reducta; cui supponetur pro denominatore idem qui erat denominator datæ minutiæ. Vt si 4 integra ad partes quintas redigenda sint, multiplicabitur 4 per 5 & fient 20; cui si supponas 5 pro demoninatore prodibit minutia $\frac{2}{5}$ æquiualens 4 integris.

PRAXIS VI.

Reductio fractionis ad integra

Si fractio maior sit vno integro, reduci potest ad integra hoc modo. Numerator per denominatorem diuidatur & Quotiens erit numerus integrorum in fractione contentus: vt minutia $\frac{20}{6}$ reducetur ad integra diuidendo 20 per 6. prodibunt enim 3 integra cum $\frac{2}{6}$ seu $\frac{1}{3}$

CAPVT IX.

*De Additione & reliquis circa fractionem,
operationibus.*

PRAXIS I.

Additio fractionum.

SI fractiones sint eiusdem denomi-
nationis, collectis in vnum nume-
ratoribus, & supposito eodem denomi-
natore perfecta est additio, vt $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ sunt
 $\frac{6}{3}$.

Quod si proponantur fractiones di-
uersæ denominationis, reducetur prius
ad eandem, per praxim 4 cap. præc. &
fiet additio vt iam dictum est.

Examen fit per subtractionem, vt in
integris numeris.

PRA-

P R A X I S I I.

Subtractio fractionum.

In fractionibus eiusdem denomi-
nationis subtrahatur minor numera-
tor ex maiore, & peracta erit ope-
ratio. Vt $\frac{2}{3}$ subtractæ ex $\frac{4}{3}$ relinquunt
 $\frac{1}{3}$.

Quod si dentur fractiones diuersæ
denominationis, eæ prius ad commu-
nem rediguntur.

Si numerus integer cum addita fra-
ctione, aut solus integer numerus sub-
trahendus sit ex minutia, prius erit re-
uocandus ad fractionem eiusdem deno-
minationis cum ea, ex qua fieri debet
subtractio. vt si sint subtrahenda $2\frac{3}{4}$
ex $2\frac{0}{8}$, numerus 2 redigatur in fractio-
nem $\frac{8}{4}$ & additis tribus sunt $1\frac{1}{4}$ quæ re-
digantur ad eundem denominatorem
cum $2\frac{0}{8}$, & postmodum fiat subtractio.

D 3

Si

Si fractio ex numero integro subtrahenda, maior sit vno integro, reducatur ad integra; cum vero fractio minor est vno integro vnitas aliqua numeri ex quo facienda est subtractio resoluator in fractionem, & fiat postea subtractio. Vt si sint subtrahendæ $1\frac{1}{3}$ ex 8 fractio reducetur ad integra $3\frac{1}{3}$: detractis ergo 3 ex 8, manet 5, minutia deinde $\frac{1}{3}$ auferatur ex 1 resoluta in partes tertias, hoc est, ex $\frac{1}{3}$ tollatur $\frac{1}{3}$ & manebunt $\frac{2}{3}$, hæc vero vnitas ex qua posterior subtractio facta, auferenda est ex 5. Quare si ex 8 auferantur $1\frac{1}{3}$ seu $\frac{4}{3}$ manebunt $4\frac{2}{3}$.

Examen per additionem fiet vt in integris.

P R A X I S. III.

Multiplicatio fractionum

Multiplicentur inter se tam numeratores, quam denominatores, nam producti numeri erunt numerator & denominator

denominator fractionis per multiplicationem productæ, ut si dentur multiplicanda $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ prodibit $\frac{8}{15}$: nam 2 in 4 sunt 8 pro numeratore, & 3 in 5 sunt 15 pro denominatore.

Quando integra cum adiuncta fractione per fractionem sunt multiplicanda, ea ad fractionem adherentem reducuntur. Quando autem solus numerus integer per fractionem est multiplicandus, tunc numero integro supponatur vnitas, ut fiat quasi fractio, & multiplicatio procedet ut prius dictum est. Ut si sint multiplicanda 6 per $\frac{2}{3}$ sic habet exemplum $\frac{6}{1}$ per $\frac{2}{3}$, & iuxta praxim iam dictam prodibunt $1\frac{2}{3}$ hoc est 4 integra.

Neque mirere quod ex multiplicatione per minutiam prodeat minor numerus quam id quod fuerat multiplicandum, ut quod ex 6 in $\frac{2}{3}$ prodeant $1\frac{2}{3}$ seu 4 integra, quæ sunt minus quam multiplicandus 6; id enim necesse est euenire quoties sit multipli-

D 4 catio-

80 ARITHME. PRACTICA
ratio per fractionem, quæ vno integro
minor est. Nam si 6 multiplicentur per
1, productum esset 6, quando ergo 6
multiplicantur per $\frac{2}{3}$, quæ sunt minus
quam 1, necesse est vt productum sit mi-
nusquam 6. Quod si fractio multipli-
cans maior esset vno integro tunc etiam
prodibit numerus maior eo qui multi-
plicatur vt 6. multiplicata per $\frac{4}{3}$ sunt $\frac{24}{3}$
hoc est 8 integra.

PRAXIS IV.

Diuisio fractionum.

Expeditius fiet diuisio minutiarum si
ad multiplicationem reducatur hoc
modo. Commutetur termini diuisoris,
hoc est Numerator fiat denominator &
contra. Nam tunc si fiat multiplicatio
vt docuimus paxi præced. absoluta est
diuisio. Vt si sint diuidendæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{3}$ ex
diuisore commutatis terminis fiet mi-
nutia

nutia $\frac{2}{4}$, deinde operando iuxta præcedentem praxim 2 in 9 sunt 18, & 3 in 4 sunt 12; si ergo diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$ Quotiens erit $\frac{18}{12}$.

Examen fiet per multiplicationem.

Neque rursus mirum videri debet, quod in diuisione fractionum Quoties sit maior fractione diuidenda; id enim fieri necesse est, cum fractio diuidens minor est quam diuidenda; tunc enim pluries quam semel diuidens in diuisa continetur. Quare quotiens erit plusquam vnitas; siquidem Quotiens omnis indicare debet quoties diuisor in diuidendo contineatur.

PRAXIS VII.

Quando numeri integri aut soli, aut cum fractionibus occurrēt in diuisione minutarum, reducentur ad fractionem commodæ denominationis, vt apparet in varijs hisce exemplis.

D 5

Col

Collocatio Quotiens.
exempli.

Integra per fractionem.

$$\text{I} \quad | 6 \text{ per } \frac{3}{4} | \frac{6}{1} \frac{4}{3} | \frac{24}{3} | \text{ seu } 8.$$

Integra per integra cum fractione.

$$\text{II} \quad | 4 \text{ per } 2 \frac{1}{3} | \frac{4}{1} \frac{3}{7} | \frac{12}{7} \text{ seu } 1 \frac{5}{7}$$

Fractio per integra.

$$\text{III} \quad | \frac{3}{4} \text{ per } 2 | \frac{3}{4} \frac{1}{2} | \frac{3}{8}$$

Fractio per integra cum fractione

$$\text{IV} \quad | \frac{4}{5} \text{ per } 3 \frac{24}{35} | \frac{5}{17} | \frac{20}{85} \text{ seu } \frac{4}{17}.$$

Integra cum fractione per fractionem

$$\text{V} \quad | 5 \frac{2}{3} \text{ per } \frac{3}{4} | \frac{174}{33} | \frac{68}{9} \text{ seu } 7 \frac{5}{9}.$$

Integra cum fractione per integra cum
fractione.

$$\text{VI} \quad | 2 \frac{1}{3} \text{ per } 3 \frac{1}{4} | \frac{7}{3} \frac{4}{13} | \frac{28}{39}$$

Integra cum fractione per integra.

$$\text{VII} \quad | 3 \frac{2}{3} \text{ per } 4 | \frac{17}{3} \frac{1}{4} | \frac{17}{12}$$

In

In postremo exemplo si numerus integrorum diuidendus esset magnus, prius essent diuidenda integra per integra, & si quid maneat post diuisionem, hoc resoluetur in fractionem ei quæ adiungitur similem, & reliqua fient iuxta exempla posita. Vt si essent diuidenda $935\frac{2}{3}$ per 3 prius diuidatur 935 per 3 & erit Quotiens 311 manebuntque 2 post diuisionem, quæ resoluta in sextas, quæ adherent diuidendo, facient cum illis $\frac{14}{6}$. Has diuide per 3 & erit Quotiens $\frac{14}{18}$. Quare si $935\frac{2}{3}$ diuidantur per 3, totus Quotiens erit $311\frac{14}{18}$ seu 3. aut ab his aut ab his subdub

Eodem modo procedes si in penultimo exemplo numeri integrorum essent magni.

D. 6. CA.

CAPVT X.

De fractionibus fractionum.

QUIA non solum integra in partes diuiduntur, sed etiam partes ipsae in minores particulas; hinc non tantum fractiones, sed etiam fractiones fractionum sunt, seu minutiae minutarum. Dupliciter autem fractio secari potest. Primo vt vna tantum pars fractionis in minores particulas diuidatur; vt si ex duabus tertijs vna diuidatur in duas secundas. Haec dici posset *Fractio Partis*, in qua frangitur non tota fractio, sed eius pars vnica. Secundo si omnes simul partes fractionis diuidantur, vt cum dico vna secunda, duarum tertiarum & haec dici deberet *Fractio Fractionis*. Different autem valore haec minutarum fractiones. nam si aureus verbi causa assium 60 diuidatur in tertias

tias partes seu florenos, & ex vna
 tertia seu floreno fumantur duę quin-
 te, sumpti erunt asses octo, & hæc erit
Fractio Partis: at si fumantur duę
 quintæ ex duabus tertijs accipientur 16
 asses, quę erit *Fractio totius Fractio-*
nis.

Porro quamuis valore non parum
 discrepent hæ fractiones modo tamen
 scribendi non differunt; quare ex sub-
 iecta materia discerni oportebit an fra-
 ctio partis, an vero fractionis sit intel-
 ligenda. Rarior tamen est vsus fractio-
 nis qua tota fractio diuiditur, vnde a-
 pud Arithmeticos) nisi aliud indicetur)
 plerumque fractio partis intelligenda
 est, qualis solet remanere ex diuisione
 numeri integri cum fractione, per nu-
 merum integrum.

Sic vero solent scribi fractiones fra-
 ctionum, vt in prima tantum interse-
 ratur linea & inter fractiones reliquas
 punctum signetur hoc modo $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ quæ
 si sit fractio partis significat vnā se-
 cundam vnius è tribus quartis, Quod si
 esset

86 ARITHMETICA PRÆTICA
esset fractio totius fractionis significaret
vnam secundam trium quartarum.
Hæc vero $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ si sumatur vt; sectio
partis est vna secunda, vnius è tribus
quartis sumptis ex vna quinque sextarum,
Si vero sumatur vt fractio totius
erit vna secunda trium quartarum ex 5
sexti.

Quando igitur siue fractio partis siue
fractio totius fractionis minutia adhæ-
rescit, priusquam vel additio vel alia
operatio fiat circa minutiam illam, Fra-
ctio fractionis vel ad simplicem minu-
tiam reduci debet, vel addi ad minutiam
cuius est fractio quod vtrumque mox
docebimus, & primo quidem de fra-
ctione partis, & postmodum etiam de
fractione totius fractionis.

PRÆTICA I.

*Reductio fractionis, qua pars Minutia di-
uiditur, ad fractionem simplicem.*

Denominatores inter se multiplicē-

tur,

tur, & prodibit denominator minutiae simplicis, numerator vero erit idem qui prius erat in prima parte fractionis. Vt si detur $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ hoc est vna secunda vnius è tribus quartis, multiplicetur 2 per 4 & fiet 8, cui superponas 1 & fiet minutia $\frac{1}{8}$ æquiualeus illi $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$.

Quod si fractio pluribus quam duobus membris constat, multiplica primum denominatorem in secundum, & productum ex his duobus duc in tertium, &c. donec venias ad ultimam partem fractionis, eritque ultimo productus numerus denominator minutiae æquiualentis, cui addetur numerator idem qui prius. Vt hæc minutia $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ multiplicando 2 in 4 vt fiant 8 & 8 in 6. vt sint 48, reducetur ad hanc simplicem æquiualentem $\frac{1}{48}$.

PRA-

PRAEPRAXIS II.

*Additio eiusdem fractionis ad eam cuius
pars diuiditur.*

Hanc additionem alij Infitionem
vocant, quæ sic peragitur. Denomina-
tores inter se multiplica, vt prodeat de-
nominator nouæ minutia. Numerator
vero habebitur si denominator prioris
minutia in numeratorem posterioris
ducatur & producto adijciatur nume-
rator prioris minutia. Vt si velis hanc
fractionem $\frac{2}{3}$ addere ad $\frac{4}{5}$ duc 3 in 5
& fiunt 15 pro denominatore. Deinde
3 in 4 fiunt 12 & addito numeratore 2
fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo mi-
nutia $\frac{14}{15}$ æquiualens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$.

Quod si tribus aut pluribus mem-
bris constet fractio, duc duos deno-
minatores primos inter se, & produ-
ctum ex his in tertium denominato-
rem &c. & quod vltimo prodibit erit deno-

denominator nouæ minutia. Pro numeratore vero numerator vltimæ minutia ducatur in denominatorem penultimæ, & producto addatur numerator eiusdem penultimæ, hoc deinde aggregatum ducatur in denominatorem antepenultimæ, & eiusdem numerator adijciatur numero producto, sicque vltra pergatur si fuerint plura membra quàm tria; nam quod vltimo prodibit erit numerator minutia quæsitæ. Vt si lubet hanc minutiam $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$. hoc est vnam secundam vnius quartæ ex vna sexta, & vnam quartam vnius sextæ addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48 denominator nouæ minutia. Deinde 5 in 4 sunt 20 & additi 3 fiunt 23, quæ ducta in 2 sunt 46 quibus addito 1 fiunt denique 47 pro numeratore. Erit ergo minutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis in vnum.

PRAEPRAXIS III.

Reductio fractionis, quæ tota fractio dicitur ad simplicem minutiam.

Multiplicentur inter se tam numeratores quàm denominatores; prodibunt enim numerator & denominator simplicis minutiæ æquivalentis. Vt si dentur $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ hoc est duæ terciæ trium quartarum, duc inter se numeratores 2 & 3 fient 6 numerator nouæ minutiæ. Similiter denominatores ducantur alter in alterum & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ æquivalens isti $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.

Quod si fractio fractionis constaret tribus aut pluribus membris, multiplicabuntur numeratores duo inter se, & productum ducetur in tertium &c. ultimæ enim multiplicationis productum erit numerator nouæ minutiæ. Idem in denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ æquivalent isti $\frac{30}{72}$ seu $\frac{5}{12}$.

PRAE-

P R A X I S IV.

*Additio eiusdem fractionis ad eam qua
dividitur.*

Denominatores inter se multiplicentur & habebitur denominator novæ minutiae. Deinde numerator posterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter se; nam conflatum ex utroque erit numerator novæ minutiae. Vt si detur minutia $\frac{2}{3}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator novæ minutiae. Deinde duces 4 in 3 & fient 12, item 2 in 4 & fient 8 quod productum si addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore novæ minutiae, erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquivalens istis simul sumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$.

Quod si minutia data haberet plura
quàm

92 ARITHMETICA PRACTICA

quam duo membra tenebis eandem multiplicandi methodum siue in denominatoribus siue in numeratoribus, incipiendo ab extremo membro, ut in simili aliquoties dictum est. Exempli causa si datur $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}$ hoc est duae tertiae quatuor quintarum ex sex septimis, & quatuor quintae sex septimarum addendae ad $\frac{6}{7}$; duc 3 in 5 & erunt 15, item 15 in 7 & fient 105 pro denominatorem novae minutiae. Nunc vero pro numeratore, 6 in 5 sunt 30, & 4 in sex sunt 24, quod si addideris priori producto 30. fiet 54. Deinde 54 in 3 sunt 162, quibus adde 2 in 4 seu 8, & 8 in 6 seu 48, fietque numerus 210 numerator novae minutiae $\frac{210}{105}$ seu 2 integra. Si ergo duas tertias quatuor quintarum ex sex septimis, & quatuor quintas sex septimarum, addas ad sex septimas, habebis duo integra.

C A

CAPVT XI.

De regula Trium seu Proportionum.

REGVLA trium est methodus, qua ex tribus numeris cognitis elicitur quartus incognitus. Ab his ergo tribus numeris cognitis dicitur regula Trium. Dicitur etiam regula aurea, ob immensam vtilitatem, Regula Proportionum, quia versatur inter numeros proportionales, docet enim datis tribus ordine numeris inuenire quartum, qui se habeat ad tertium, sicut secundus ad primum. Exempli gratia: Emit quispiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas sit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti, 3 aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirum numerus vlnarum, quæ veniunt tribus aureis. Cumque iustus emptor & venditor velle debeat, ut

quæ

94 ARITHMETICA PRACTICA
quæ est proportio pretij minoris ad
pauciores vlnas, eadem sit pretij ma-
ioris ad vlnas plures; hæc quæstio non
aliud postulat, quam inueniri quarum
vlnarum numerum, qui se habeat ad pre-
tium maius sex aureorum, sicut secun-
dus, seu minor vlnarum numerus se
habet ad primum, seu ad minus pretium.
Hunc autem quartum numerum inue-
niemus hac praxi.

PRAXIS I.

In quæstione quæ soluenda propo-
nitur, duo sunt numeri de eadē re, quo-
rum alter qui quæstionem habet anne-
xam tertio loco collocari debet; alter
vero qui est de eadē re primum locum
occupabit; medium denique seu secun-
dum locum tenebit numerus, qui est de
re diuersa, vt in exēplo allato, duo sunt
termini de eadem re nimirum de aureis
nummis, cum dico tribus aureis emun-
tur duæ vlnæ, quot igitur ementur 6
aureis? Hic inquam duo sunt numeri 3
&

& 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæstionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur; 3 vero qui numerus est de eadem re primo loco constituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui est de re diuersa stabit medius, vt hic vides.

Ita 3 aurei, 2 vlnæ. 6 aurei.

PRAXIS II.

Duc secundum numerum in tertium, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & satisfacit quæstioni. Vt in superiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ si diuidas per 3 erit Quotiens 4 3. aurei 2 vlnæ 6 aurei? 4 vlnæ.

Atque hic numerus est vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis si duæ vlnæ venduntur tribus aureis: æquum est enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio seu fundamentum huius regulæ est, quod, vt demonstrat Euclides

96 ARITHMETICA PRACTICA
des pro 19.7. tum quatuor numeri sunt
proportionales, seu ita se habent vt fit
tertius ad quartum, sicut primus ad se-
cundum; quando productum ex tertio
in secundum æquale est producto ex
quarto in primum, quod fit per ope-
rationem huius regulæ. Nam ex B in C
fit numerus E & ex E diuiso per A fit
numerus D: productum ergo ex D in
A erit E, sicut etiam ex B in C.

E

A B 12 C D

3 2 6 4

EXAMEN I.

Multiplica quartum per primum, &
si bona fuit operatio, prodibit idē nu-
merus qui ex multiplicatione tertij per
secundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, si-
cut ex 2 in 6.

CA

CAPVT XII.

De regula Trium euerſa.

PER regulam trium modo explicatam ſatisfit quæſtioni, in qua quanto eſt maior numerus tertius habens quæſtionem annexam, tanto etiã maior erit numerus quartus quæſtioni ſatisfaciens. Interdum vero talis eſt quæſtio, vt quanto maior eſt numerus tertius, tanto minor ſit, futurus quartus. Quo caſu vtendum eſt regula triũ euerſa, in qua collocatio quidem terminorum eadem eſt, ſed multiplicatur ſecundus per primum & productum diuiditur per tertium contra quam in regula trium recta faciendum eſt, vnde hæc regula euerſa dicitur: cuius uſum quando deſideret quæſtio ſatis ipſa res indicabit. Exẽpli cauſſa: imminente

E

obſidio-

98 ARITHMETICA PRACTICA
 obsidione censentur in arce hominum
 capita 2000, & cōuecta est annona quæ
 ijs sufficiat ad menses 5. Princeps tamē
 moneri curat arcis Præfectum toleran-
 dam esse obsidionem mensium 8. Quæ-
 rit igitur Præfectus quot capita bello
 minus vtilia debeat ex arce emittere;
 seu quot milites possit alere per 8 men-
 ses eā annonā quæ sufficit duobus mil-
 libus ad 5 menses. Hic terminus tertius
 adiunctam habens quæstionem est 8
 menses, & si maior esset numerus men-
 sium obsidionis, tanto minor numerus
 prodiret militum, qui ali possunt 8 mē-
 sibus, atque hic numerus pro quarto
 termino quæritur. Utendum ergo re-
 gula trium euerfa, & terminis rite
 collocatis.

5, menses, 2000 milites, 8 menses? 1250 milites,

Multiplicetur primus numerus per
 secundum & prodibunt 10000 qui
 numerus diuidatur per 8 & Quotiens
 erit 1250. Potest ergo Præfectus spa-
 tio 8 mensium alere suā annonā mi-
 lites

lites 1250, quem numerum si auferas ex 2000, manebunt 750 capita dimittenda ex arce.

CAPVT XIII.

De Regula Trium composita.

REGVLA trium composita non est aliud quam simplex sæpius repetita, vt si quis petat; cum conuictores duo soluant hebdomadis 4, florenos 16, quantum soluent cōuictores 5, hebdomadis 6; Quia hic plusquam tres termini noti sunt, reducendi erunt ad tres, aut pluries vsurpanda regula triū. Primū igitur ex quinque terminis datis, ille qui solus est de vna re, ponatur pro secundo termino; vtrimque vero ponantur qui bini sunt de eadem re; vt in exemplo allato, qui solus est de florenis est 16; medius ergo cōstituetur hic numerus & vtrinque collocabūtur

E 2

bini

100 ARITHMETICA PRACTICA
 bini qui de eadē re sunt, vt hic factum
 vides. Deinde fiet operatio regulæ triū
 inter tres terminos superiores, multi-
 plicando 16 per 5, & diuidendo per 2;
 prodibit enim pro quarto termino 40,
 qui collocetur pro secundo termino o-
 perationis secundæ, factaque rursus o-
 peratione regulæ trium prodibit quo-
 tiens 60, & totidem florenos debe-
 bunt soluere conuictores 5 hebdoma-
 dis 9.

Conu. Flor. Conu, Flor.

2. 16. 5? 40.

Hebd. Hebdomada

4. 40. 6? 60.

Brevius eadem quæstio absoluetur
 multiplicando inter se terminos, qui
 primo loco constituti sunt, & simi-
 liter eos qui tertio; tum enim vnica
 operatione regulæ Trium res confi-
 ciatur: vt in exemplo dato multiplico
 2 conuictores, per numerum hebdo-
 madarum 4, & fiunt 8 pro primo ter-
 mino. Similiter 5 conuictores multi-
 plico per hebdomadas 6, & fiunt 30 pro
 tertio

tertio loco. Medius vero constituetur terminis 16 floreni & facta operatione regulæ trium prodeunt 60 floreni, vt ante,

8. 16. 30. 60.

Atque hæ praxes altera alteri erunt examinis loco.

CAPVT XIV.

De Regula Societatum

REGULA Societatum est qua commune quidpiam pluribus distribuitur pro rata portione. Eius vsus est inter mercatores, qui plures pecunias in communem bursam conferunt: vnde postea, si quid lucri emerfit aut damni, singuli quod equum est lucri aut damni percipiunt pro rata portione pecuniæ quam in commune periculum exposuerunt.

PRAXIS I.

Collige in vnam summam, omnem pecuniam, quæ in commune collata est ab omnibus; nam hæc erit pro primo termino regulæ trium: secundus erit lucrum vel damnum commune; tertius pecunia à singulis collata. Deinde operando toties per regulam trium quot sunt summæ collatæ à singulis mercatoribus; prodibit singulorum lucrum, vel damnum quod quærebatur. Exempli gratia sint tres mercatores, quorum primus in commune contulerit aureos 216, secundus 244, tertius 172, & ex pecunia illa fac prouenisse lucrum aureorum 400. Quæritur quod sit lucrum singulorum. Colligantur in vnam summam pecuniæ collatæ, eritque summa 632 aurei pro primo termino, reliqui vero collocabuntur iuxta ante dicta vt hic vides.

$$\begin{array}{rcl}
 & \{ 216? & \\
 632.400. & \{ 244? \text{ Fiunt} & \\
 & \{ 172? & \\
 & & \{ 136 \frac{4+8}{6 \frac{1}{2}} \\
 & & \{ 154 \frac{272}{6 \frac{1}{2}} \\
 & & \{ 108 \frac{544}{6 \frac{1}{2}}
 \end{array}$$

P R A X I S II.

Quod si diuersitas temporis interce-
ferit quo quisque mercator pecuniam
reliquit in societate, eius merito ratio
habenda est. Tunc igitur antequam
colligantur in vnum pecuniæ singu-
lorum, multiplicentur per tempus quo
quisque habuit pecuniam in communi
bursa, & tunc demum fiat additio, cu-
ius summa erit primus terminus; se-
cundus erit lucrum commune, tertius
pecunia cuiusque multiplicata per suū
tempus; & facta operatione vt dictum
est praxi superiore, prodibit lucrum
singulorum.

CAPVT XV.

De Regula Alligationis.

DOCE T hæc regula res varij pretij aut alterius mensuræ, communi pretio aut alia mensura æstimare; quod dici solet *pretium medium*. Exempli gratia: Vult Princeps monetam cudere, & offertur argentum duplex, impurius vnum, ex cuius vna libra possent cudi quindecim nummi assium 2⁸; purius alterum ex cuius vna libra conderentur nummi quindecim, assium singuli 36. Vellet autem Princeps ex hoc duplici argento ita misceri 12000 librarum, vt ex vna cudi possint nummi quindecim, assium 30. Hoc est ergo pretium commune seu medium, ad quod vtrumque argentum est reducendum.

PRA-

P R A X I S I.

Cōstituantur pretia minora sub maioribus, aut contra & alligentur inter se; hoc est excessus maioris supra medium, collocetur ad latus minoris, & contra defectus minoris ponatur ad latus pretij maioris. Vt in
 exēplo allato in quo pretium mediū est 30, maior 36, minus 28, excessus maioris qui est 6 ponetur ad latus minoris & defectus minoris qui est 2 adscribetur ipsi maiori vt factum hic vides.

P R A X I S II.

Differentiæ pretiorum, hoc est tam excessus quam defectus à pretio medio, colligantur in vnam summam pro primo termino regulæ trium; secundus vero erit res redigenda ad commune pretium, tertius singulæ differentiæ

E 5

pre

pretiorum; iterabiturque toties regula trium quot fuerint pretia diuersa. Vt in exemplo nostro summa differentiarum est 8, res ad commune pretium redigenda 12000 librarum argenti, ita ergo stabit exemplum.

Sūma 8, 12000. lib. quantū $\left\{ \begin{array}{l} 2^{\circ} \text{ 3000 lib. purioris} \\ 6^{\circ} \text{ 9000 lib. impurioris} \end{array} \right.$

Quod si Princeps non præscribat numerum librarum miscendarum, sed petat tantum qua proportionē miscenda sit vna libra, stabit exemplum vt prius mutato termino secundo.

Sūma. 8. 1. libra quantū $\left\{ \begin{array}{l} 2^{\circ} \frac{2}{3} \text{ seu } \frac{1}{3} \text{ purioris.} \\ 6^{\circ} \frac{6}{8} \text{ seu } \frac{3}{4} \text{ impurioris.} \end{array} \right.$

Debet ergo ea proportionē misceri argentum vt cum ponetur vna quarta purioris, admisceantur tres quartæ impurioris argenti.

PRAXIS. III.

Quando plura erunt quam duo pretia, variè inter se colligari possunt permutatis

tatis differentijs ; dummodo vnum-
quodque pretium vt minimum semel
alligetur , pluries enim vnum alligari
nihil vetat. Obseruabis tantum vt ma-
ius semper cum aliquo minori , num-
quam autem, vel duo maiora , vel duo
minora medio pretio, colligentur inter
se. Vt si Principi volenti fundere tor-
menta bellica, offerantur varia æris ge-
nera , & viliorum metallorum , vnum
cuius libra sit assium 5 , secundum 8,
tertium 13. quartum 14 , quæ velit ita
misceri vt libra sit assium 10 ; colloca-
buntur ordine pretia, quæ variè pos-
sunt colligari



Cum plus de aliquo genere volumus
misceri , pluries tantum erit alli-
gandum ; vt in secunda colligatio-
ne plus de secundo & quarto metallo
accipietur, quia maior differentia illis

108 ARITHMETICA PRACTICA
 adiacet quam cæteris. Vitiosa autem est
 colligatio tertia quia in ea duo simul
 maiora alligantur & duo simul mino-
 ra, quod utrumque vitandum est.

Obseruabis etiam cum idem genus
 pluribus alijs alligatur, differentias
 plures in vnum debere colligi, ut
 vides factum in secunda alligatione,
 iuxta quam ita perficietur exem-
 plum.

Summa Differentiarum	$4\frac{4}{10}$
20. l. lib. quantum	$7\frac{7}{10}$
	$2\frac{2}{10}$
	$7\frac{2}{10}$

EXAMEN I.

Examen fiet per aliam operationem
 regulæ trium: nam si pro primo ter-
 mino sumatur mensura cuiusque ge-
 neris, & pro secundo eiusdem pre-
 tium, pro tertio, portio iuxta quam v-
 numquodque miscetur, prodibunt pre-
 tia cuiusque portionis, quæ in vnum
 collecta

collecta æqualia erunt pretio medio, si bona fuit operatio. Vt in exemplo mox allato, Dic; vna libra primi metalli est 5 assium, quanti erunt $\frac{4}{20}$ & inuenies esse $\frac{20}{20}$ siue vnus assis. Item 2 libra secundi est 8. quanti $\frac{7}{20}$ vt erit $\frac{56}{20}$ hoc est $2 \frac{16}{20}$ assium, Amplius 1 libra tertij est 13 assium, quanti $\frac{2}{20}$ & erunt $\frac{26}{20}$ siue $1 \frac{6}{20}$ assis. Denique 1 libra quanti est 14 quanti $\frac{7}{20}$ & inuenies esse $\frac{98}{20}$ hoc est $4 \frac{18}{20}$ assis, quæ omnia pretia si in vnum colligas efficientur asses 10, quod erat statutum pretium commune.

CAPVT XVI.

De Regula falsi simplicis positionis.

DOCEAT regula falsi ex suppositione alicuius numeri qui re vera quæstioni non satisfacit, numerum quæsitum inuenire qui soluat propositam

tam quæstionē; quod fit beneficio Regulæ Trium, seu Proportionum. Soluuntur namque per hanc regulam quæstiones omnes, quorum termini dantur in certa proportionē inter se constituti, & quorum proportio in ipsa quæstionis propositione exprimitur.

Quando enim datur vel totus numerus habens se in certa proportionē ad partem incognitam, vel pars notæ proportionis ad totum incognitum; accipio aliquod totum cognitum & resoluo in partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quæ in quæstione exprimuntur. Tum vero ex toto & parte numeri cogniti deuenio in cognitionem, vel partis, vel totius incogniti; si enim queritur pars incognita, notæ tamen proportionis vt pars quarta alicuius numeri, pono pro primo termino regulæ trium, totum cognitū & pro secundo partem datæ proportionis, pro tertio vero totum quod datur in quæstione, & operando iuxta regulā trium neces-

necessario prodit pars ante incognita ;
quandoquidem per hanc regulam pro-
dit 4^o terminus se habēs ad tertium, si-
cut secundus se habet ad primum. In
exemplo res erit manifestior. Queritur
numerus cuius quadruplum sit 36. Hic
datur totum notum 36, & quæritur
quis numerus sit eius pars quarta. Po-
no ergo pro primo termino totum ali-
quod cuius pars quarta mihi nota est,
puta 24 cuius pars quarta est 6. & dico
si 24 pro parte quarta dat 6 quid dabit
36? & habetur necessario pars ante in-
cognita, quia quartus terminus qui
prodibit se habebit ad 36; sicut 6 ad 24
vt docuimus cap. 11. sed 6 est pars quar-
ta ipsius 24. ergo & terminus quartus
erit pars quarta ipsius 36. Ita ergo sta-
bit exemplum.

24 dant 6. 36? 9.

Quod si in quæstione detur pars
cognita & quæratur eius totum;
tunc pro termino primo ponetur pars
totius alterius cogniti, & pro secundo
totum cognitum, pro tertio pars data
in

112 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
in quæstione; & pro quarto prodibit
totum incognitum. Vt si quæras. Quod
est quadruplum numeri 9? Dicam; 6
est quarta pars numeri 24, cuius quar-
ta erit 9?

6. dat 24. 9? 36.

In hoc igitur posita est tota vis re-
gulæ falsi, vt ex sectionibus certæ pro-
portionis numeri cogniti, per datam
similem in quæstione proportionem
deueniatur in cognitionem totius, vel
partis in altero numero incognitæ.
Quapropter cum proponitur quæstio
diligenter attendendum est, vt pro sup-
positione accipiamus numerum qui
commode & sine fractionum molestijs
admittere possit sectiones eius pro-
portionis, quæ exprimitur in quæstio-
ne. Verbi causa Quidam in itinere Ro-
mano expendit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ suæ pecuniæ, &
superfunt illi 36 aurei; queritur quot
ille aureos habuerit. Quærendus ergo
mihi numerus, qui commode capiat
diuisionem in partes tertias & sextas,
qualis est 24, 36 & alij. Ponam ergo 24
cuius

cuius $\frac{1}{3}$ est 8, $\frac{1}{6}$ est 4, quæ ambæ partes si auferantur à toto 24 manebūt 12, longè ergo absumus à solutione quæstionis, quæ ponit mansisse 36. Quia tamen habeo notum totum 24. sectum in partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quas proponit quæstio, & scio post illas sectiones mansisse 12, sic deueniam ad numerum quæsitum. Si 12 māferunt ex toto 24 post ablatam $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, ex quo toto post similem ablationem manebunt 36.

Dic ergo: 12. ex 24. Ex quo 36? 72.

Nā si ex 72 aureis expēderit $\frac{1}{3}$ quæ est 24 & $\frac{1}{6}$ quæ est 12, manebūt illi 36 aurei.

Aliud exemplum. Miles gregarius, Decurio, & Centurio partiri volunt spolia 24 aureorum, ea lege vt Decutio Duplo plus, & Centurio triplo plus accipiat quā Miles. Hic sumendus numerus qui facile multiplicetur in duplum & triplum: Ponamus ergo milites accipere 6 aureos, quare Decurio accipet 12, & Centurio 18, & omnes simul

simul acceperint 36, cum tamen habeant
245 diuidendos.

Si 36 dant 6, quantum dabunt 245? 40
 $\frac{5}{6}$ seu $\frac{5}{6}$. Dic ergo

Nam si miles accipiat 40 $\frac{5}{6}$ Decurio
habebit 80 $\frac{1}{6}$ & Centurio 120 $\frac{1}{6}$ qui
numeri simul sumpti sunt 245.

Non est tamen dissimulandum hu-
iusmodi quæstiones sæpe expeditius
posse solui quam per regulam falsi. Ut
in postremo exemplo si miles accipia-
tur pro 1. Decurio pro 2. Cetero pro 3,
ut omnes simul sint 6 & per hunc nu-
merum diuidatur summa proposita pro-
dibit Quotiens 40 $\frac{5}{6}$ pro militis por-
tione, ex qua reliquæ definientur. Item
in penultimo exemplo cum ille expen-
derit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ suæ pecuniæ, reducantur
hæ fractiones ad vnam & fient $\frac{1}{2}$ siue $\frac{1}{2}$
Expedit igitur dimidium suorum aureorum
& cum restet 36 sine dubio habuit 72. Hæc
ideo monuerim, quod sæpe non fit opus
recurrere ad regulam falsi, cum quis dili-
genter attendit tenorem quæstionis.

Ex-

Explicuimus igitur vim atque usum
regulæ falsi, in qua vnicus ponitur
numerus, ad alterum inuestigandum,
quæ ideo dicitur regula falsi simplicis
positionis. Est enim alia duplicis posi-
tionis per quã omnes quæstiones solui
possunt quæ enodantur per simplicem
positionem, & multo etiam plures de
qua capite sequenti. Quibus vero in
quæstionibus manca sit simplex positio,
vt propterea ad duplicem sit recurren-
dum hoc loco discernamus, id enim
video interesse non parum & obscure
admodum aut imperfectè traditum ha-
tēnus. Diximus initio regulam simpli-
cis positionis totam niti regula Pro-
portionum. Affirmo igitur tunc esse v-
tilem, cum in quæstione exprimitur
proportio terminorum vel in se, vel
in ordine ad numerum incognitū qui
queritur. Quando vero ponuntur ter-
mini in quæstione quorum proportio
non exprimitur, huic quæstioni nō po-
test satisfieri, per simplicem, sed duplex
positio est adhibenda, Exempli causa;
si quis

si quis quærat numerum ex cuius dimi-
 dio ablatis 6 maneant 2, non potuit sa-
 tisfieri per simplicem positionem, seu
 per regulam proportionum; quia non
 exprimitur proportio ipsius 6, vel ad
 dimidium, vel ad totum numerum qui
 quæritur. Vnde alterum iudicium
 practicum licebit colligere ut discer-
 namus quando utendum sit duplici
 positione. Quotiescunque enim tenor
 quæstionis est huiusmodi, ut numerus
 aliquis qui in quæstione datur, debeat
 adhiberi ad sectionem numeri quem
 sum positurus; tunc opus est duplici
 positione. Ut in exemplo allato, si velim
 procedere iuxta quæstionem, assumam
 verbi gratia numerum cognitum 24,
 ex cuius dimidio auferam 6: Vides igitur
 numerum 6, qui datus est in quæ-
 stione, adhiberi ad sectionem numeri,
 qui ponitur ad alterum investigandum:
 quare vnica positio & regula propor-
 tionum hic non satisfaciet; nam ut ma-
 neremus intra proportionem deberent
 24 diuidi non per 6 sed per numerum
 qui

qui haberet se ad 24, sicut 6 se habet ad numerum incognitum; deberet ergo indicari per quæstionē quæ sit illa proportio, & tunc locum haberet regula proportionum.

Quando igitur quæstio non satis exprimit, quæ sit terminorum proportio, videndum est an ea proportio non possit colligi ex ijs quæ dicuntur. Vt quia in exemplo allato dicitur, ablatis 6 ex dimidio manere 2; sine dubio dimidiū illud est 8, sunt autē 6 tres quartæ ipsius 8. Quare si in quæstione exprimat, hæc proportio poterit solui per regulā proportionum. Vt si quærat, quis sit numerus ex cuius dimidio ablatis $\frac{3}{4}$ ipsius dimidijs, mancant duo. Dicam sic: Ex dimidio ipsius 24, quæ est 12. ablatis $\frac{3}{4}$ manent 3. Nunc vero per regulam proportionum.

Si 3 ex 24. ex quo prouenient 2? 16.

Nam si ex dimidio ipsius 16 quod est 8 auferantur 6, manebunt 2, vt volebat quæstio.

Aliud

Aliud exemplum. Quot aureos habet ille qui si accipiat insuper $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ suæ pecuniæ, & præterea 50 aureos, habiturus est aureos 300? Non potest etiam hæc quæstio solui per regulam proportionum; quia non exprimitur proportio ipsius 50 ad numerum incognitum qui quæritur; siue quia operando iuxta tenorem quæstionis, numerus 50, qui dicitur in quæstione, esset etiam adhibendus ad numerum ponendum per suppositionem falsi: deberet autem adhiberi non 50 sed numerus qui se haberet ad numerum ponendum, sicut se habet 50 ad numerum qui quæritur. Quia vero illa proportio non potest colligi ex ijs quæ dicuntur in quæstione, hinc solui non potest quæstio per regulam trium. Tunc vero considerandum est, an illud cuius proportio sciri nequit, non possit separari à reliquo quæstionis. Dicit quæstio; si 50 addantur ad partes nominatas, fore aureos 300. Separentur ergo 50 à 300 postea restituenda: & manebunt

250

250. Quæratur deinde iuxta tenorem reliquæ quæstionis quot aureos habeat ille, cui si addatur $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ habiturus est 250. Ponamus illum habere aureos 48, ac proinde si addatur $\frac{1}{2}$ seu 24 $\frac{1}{3}$ seu 16: & $\frac{1}{4}$ seu 12; habebit 100, debebat autem habere 250. Dic ergo.

Si 100 proueniunt ex 48. Ex quo 250?
120.

Nam si ad 120 addantur dictæ partes, quæ sunt 60. 40. 30 efficientur 250. quibus si adiungas 50 quæ seposueram; prodibunt 300. Habet ergo ille 120 aureos, & sic soluta est quæstio.

Duobus igitur hisce modis quæstiones solui potuerunt per simplicem positionem, quibus alioqui adhibenda foret duplex positio; inquirendo nimirum proportionem terminorum, quæ non satis exprimitur, vt in penultimo exemplo; aut si ea proportio nō potest inueniri, separādo à quæstione illud cuius ignoratur proportio, vt
factum

120 ARITHMETICA PRACTICA
factum est in exemplo vltimo. Quod si
quæstio ita sit intricata vt neutro mo-
do iuuari possimus, vtendum erit regu-
la duplicis positionis, quam aggredi-
mur explicare.

CAPVT XVII.

De Regula falsi duplicis positionis.

PROPOSITA quæstione per hanc re-
gulam enodanda, accipietur quiuis
numerus commodus ad diuisiones,
quas postulat quæstio, vt iam monui-
mus, isque examinabitur an satisfaciat
quæstioni. Quod si non satisfecerit ac-
cipietur alter numerus similiter exami-
nandus; & si ne hic quidem satisfecerit,
tunc ex duobus erroribus verus numerus
elicietur aptus ad soluendam quæstionem.
Nam aut errores erunt similes, vt fit cum
vterque peccat siue per excessum, siue
per defectum; vel erunt dissimiles, ita vt
vnus

vnus sit per excessum, alter vero per defectum; Quouis autē modo peccari contigerit, elicietur veritas ex sequentibus.

PRAXIS I.

Quando errores sunt similes.

Numerus, qui primo ponitur, collocetur supra in sinistra crucis parte, & infra error scribatur, adiuncta litera P si plus sumptum est quā oportuit, aut litera M, si minus. Numerus vero secundæ positionis in parte crucis dextra annotetur cū suo errore supposito; minor deinde errorum ex maiore subtrahatur, & residuum, quod erit differentia errorum, ad pedem crucis notetur, hic enim numerus erit diuisor in operatione per quam quæstio enodabitur. Collocatio igitur terminorum erit qualis hic apparet, vt prima positio sit vbi A. A **X** C
primus error vbi B, secūda positio vbi C, secundus error vbi **X** D
D. Differentia errorū seu diuisor vbi E. E
F Ter.

Terminis sic collocatis multiplicentur numeri positi per errores alternos; hoc est prima positio per errorem secundum, & secunda positio per errorem primum; minor deinde productorum numerus subtrahatur ex maiore, & residuum quod erit differentia productorum, diuidatur per differentiam errorum, quod infra crucem pro diuifore annotari iussimus; nam Quoties huius diuisionis erit numerus qui quaeritur ad soluendam quaestionem.

Exemplum. Quaeritur numerus ex cuius dimidio si auferas $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ manet 8; Pro prima positione accipio 36 cuius dimidium est 18, ex quo sublata $\frac{1}{2}$ quæ est 9, manent 9, & hinc sublata $\frac{1}{3}$ eiusdem 18, quæ est 6 manent 3, cum debuissent ad soluendam quaestionem manere 8. Defecimus ergo à veritate per 5 quæ infra annoto cū litera M, quia error est per defectum. Sumo deinde pro secunda positione 60, cuius dimidium est 30, ex quo ablata $\frac{1}{2}$ manet 15, &

36	X	60
M	X	M
5		1
	Diuisor	
	2	
		in super

iūsuper ablata $\frac{1}{2}$ manent 5, debuissent autē manere 8, Rursus ergo errauimus per defectū & error est 3, quo errore ex primo 5 subtracto manent 2 differentiā errorum seu diuisor. Terminis dispositis multiplico primā positionem 36 per errorem secundum 3, fiūtque 108: item secundam positionem 60 duco in primum errorē 5, & prodeūt 300. Subtraho ergo 108 ex 300 & manet 192, quæ diuido per differentiā errorum, seu per diuisorē 2, & Quotiens est 96; atque hic numerus est qui quæritur & satis facit quæstioni: eius enim dimidiū est 48 ex quo si auferatur $\frac{1}{2}$ quæ est 24 & $\frac{1}{3}$ quæ est 16 manebunt 8 vt volebat quæstio.

Eadē planē methodus seruabitur cū vterque error continget per excessum. Vt ad soluendam eandem quæstionem, si prima positio sit 120; error per excessum notatus litera P erit 2. Deinde secundus error per excessum sit 7; differentiā errorum seu diuisor erit 5 productum ex prima positione

$$\begin{array}{ccc} 120 & X & 180 \\ P. & & P. \\ 2 & & 7 \\ & \text{Diuisor} & \\ & 5 & \end{array}$$

F 2

tione

124 ARITHMETICA PRACTICA
 tione in errorē secūdū fiet 840, produ-
 ctum alterum ex secunda positione in
 errorē primū 360, Differentia horum
 productōrū 480, quæ si diuidantur per
 differentiam errorum, seu per diuisorē
 5 fit quotiens 96, qui numerus, vt supra
 ostensum est, satisfacit quæstioni,

PRAXIS II.

Quando errores sunt dissimiles.

Numeri circa crucē collocabūtur vt
 prius adiecta litera P. vbi erit excessus,
 & litera M. vbi defectus,

Colligentur deinde er-
 rores in vnam summam &
 hæc summa erit diuisor; si-
 militer colligentur in vnum

60	X	180
M		P
3		7
Diuisor		
		10

numeri producti ex positionibus alter-
 natim per errores multiplicatis, atque
 hæc summa si diuidatur per summam
 errorum quotiens erit numerus quæsi-
 tus. Vt in eodem exemplo quo quæritur
 numerus, ex cui⁹ dimidio sublata $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$
 maneat

maneant 8, si prima positio sit 60, error per defectū erit 3; si deinde secūda positio sit 180, error per excessū erit 7; atque hi errores collecti in vnum dabunt diuisorē 10. Multiplicētur ergo 60 per 7, & fiet 420; itē 180 per 3 & prodibūt 540, atque adeo si ambo producta 420 & 540, colligantur in vnā summā fient 960, quæ si diuidas per summā errorū 19 Quotiens erit 96, quem numerū ostendimus quæstioni satisfacere.

Breuit̄ cū errores sunt similes differentia productōrū diuiditur per differentia errorum; cum vero errores sunt dissimiles sūma productōrū diuiditur per summam errorum; & vtroque modo fit Quotiens satisfactorius quæstioni.

CAPVT XVIII.

De extractione Radicis Quadratæ.

NVMERVS Quadratus est qui ex aliquo numero in seipsum ducto
 F 3 produ-

126 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 producit. Vt 4 est numerus Quadra-
 tus quia fit ex multiplicatione ipsius 2
 per seipsum: nam 2 in 2 sunt 4. Item 16
 est numerus quia ex 4 in 4 gignitur.
 Quin etiam ab Arithmeticiis licet im-
 proprie i dicitur Quadratum quia 1 in
 1. facit 1. Numeri igitur quadrati sic
 dicti sunt quod vnitates quibus con-
 stant paribus interuallis, sic disponi
 possunt, vt Quadrati formam exhi-
 beant, cuius figuræ latera omnia &
 anguli omnes sunt æquales. Exempli
 gratia si numeri 16 qua- 16
 tuor vnitates in vna frō-
 te collocētur, ac deinde
 tres alij quaternarij pari
 bus spatijs distincti, effi-
 cietur Quadratum quale hic visitur.

Radix Quadrata, latus, seu costa
 Quadrati est numerus qui in se ductus
 producit Quadratū; vt 2 est radix qua-
 drata ipsius 4; ipsum autem 4 est radix
 quadrata numeri 16 &c. Dicitur au-
 tem hæc radix costa seu latus; quia in
 latere Quadrati vt supra ex vnitaribus
 con-

constructi, latus quodlibet constituitur ex vnitatibus radicis.

Extractio igitur radicis Quadratae est inuentio numeri qui ductus in se ipsum producat numerum propositum.

Vt extractio radicis quadratae ex numero 4, est inuentio ipsius 2, qui ductus in sese gignit Radices Quadratas.

numerum propositum 4. Quia vero in extractione radicis ex maioribus numeris, qui multis notis constant, opus est in promptu esse radices & quadrata notarum simplicium

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

infra 9, visum est tabellam hic adijcere earum tam radicum quam Quadratorum.

Nō sufficit autem ad inueniendum Quadratum multiplicare partes radicis in seipsas. sed producta toties multiplicari debent, quantus est illarum parium denominator; vt si quæretur quadratum

F 4

radicis

128 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 radicis 6. diuisa radice in partes secun-
 das 3 & 3, non sufficit searū quadrata in
 vnum colligere, quæ sunt 9 & 9, seu 18
 sed oportet hæc producta 9 & 9, seu 18
 multiplicare per 2 qui est denominator
 partium 3 & 3; & tunc fient 36 quadra-
 tum ipsius 6. Idem obseruandum in
 quibusuis maioribus numeris.

PRAXIS I.

Proposito numero cuius radix Qua-
 drata inquiritur, scribatur pūctum sub
 prima eius nota ad dextram, & deinde
 sub alijs notis alternis, ita vt vna inter-
 iiciatur non notata: quot enim erunt
 puncta, totidē veluti erunt dati numeri
 mēbra, & totidem notis cōstabit radix
 quadrata, quæ quæritur. Quando ergo
 numerus notarū erit impar, tunc supra
 primum punctum ad sinistrā erit vnica
 nota, vt apparet in hoc numero 25984
 cum autem par erit notarum, numerus
 tunc super primum punctum erūt duæ
 notæ vt in hoc numero 210068 supra
 punctum primum sunt duæ notæ 21.
 Notis

Notis ad eum modum discriminatis incipiatur à sinistris vt in diuisione, & queratur radix vnius aut duarum notarum quæ sunt supra primū punctum; cum vero notæ illæ non erunt præcisè quadratæ, sumetur radix quæ sumi poterit maxima. Hæc igitur radix instar Quotientis ponetur intra lineolam curuam; & eadem radix instar diuisoris scribetur sub primo puncto. Postea vero vt in diuisione fit, ducetur diuisor in Quotientem, hoc est, radix in se ipsam: productumque subtrahetur ex notis primi puncti seu membri, residuo superscripto: nam radice, extractio plane imitatur diuisionis methodum.

Exempli causa. Queritur Radix quadrata numeri 216068: Signo igitur punctum sub 8 & sub alternis deinde notis.

Deinde quæro quæ sit radix primi membri 21, quod $216068 \div 4$ quia non est perfecte quadratum, sumo ex eo quā possum

F 5

maxi

130 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
maximam radicem, quæ est 4. quā no-
to tam loco Quotientis, quam etiā loco
diuisoris. Dico deinde 4 in 4 sunt 16,
quæ sublata ex 21, relinquant 5. Super
scribo igitur 5 reliquis notis confixis;
& peracta est prima operatio. Atque
hæc operatio prima semel semper fit
in extractione radicis ex primo mem-
bro, neque amplius in progressu reli-
quæ extractionis adhibetur. At praxis
sequens repetetur toties quot erunt re-
liqua puncta seu membra.

PRAXIS II.

Totus Quotiens (qui post secundum
membrum pluribus notis constabit)
duplicetur, & productū scribatur sub
sequenti membro instar diuisoris. Quæ-
ratur deinde quoties hic diuisor con-
tineatur in notis superpositis, & quo-
ties continebitur, tantus erit sumendus
Quotiens qui addetur radici in Quo-
tiente & simul sub sequenti puncto no-
tatus adiungetur diuisori. Vt in exem-
plo

plo inchoato ; duplico Quotientem 4
 & fiunt 8 , quæ scribo instar diuisoris
 sub secundo membro 56 non sub 5 sed
 sub 6, quemadmodum iubet lex diui-
 sionis. Quæro deinde quoties 8 in 56 &
 quamquam haberi possit 5
 septies, quia tamen non 426068 (46
 solum 8 erat diuisor sed 486
 etiam Quotiens quem
 sumptero addi debebit diuisori, nō pos-
 sum sumere septies, sed sexies tantum.
 Adscribo igitur Quotienti seu Radici
 numerum 6, & eundem addo diuisori
 collocando sub secundo puncto, vt vi-
 des in exemplo. Diligenter ergo ante-
 quam incipias multiplicare per Quo-
 tientem animaduertes in diuisione an
 possit fieri subtractio. Quam ad rē ser-
 uire potest tabula Pythagorica mobilis
 vt cap. 7. docuimus. 2.

Collocato igitur apto Quotiente &
 diuisore, multiplicatio & subtractio
 facienda est vt in diuisione. Vt in no-
 stro exemplo dico, 6 in 6 sunt 36, quæ
 ablata ex 60 relinquunt 24. Deinde 6

in 8 sunt 48 quæ ablata ex 53 relinquant
 4; atque ita absoluta est secunda opera-
 tio. Observabis autem peracta hac opera-
 tione, & cuiusvis radicis
 alia extractione non pos-
 se manere, plusquàm du-
 plum radicis inuētæ, ut
 in nostro exemplo per-
 acta utraque, quā iam fecimus operati-
 one, non potest manere plusquam duplū
 radicis 4. Nam numerus omnis qua-
 dratus superat proxime minorem du-
 plo radicis ipsius Quadrati minoris, &
 insuper unitate, si ergo post extractio-
 nem, manet duplum radicis & aliquid
 amplius, numerus datus est Quadratus
 maior, ex quo proinde maior radix
 potuit extrahi quam ea quæ extracta
 est.

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 524 \\
 2163 \cdot 68 \\
 485
 \end{array}$$

Tertia operatio & quotquot dein-
 ceps erunt necessariae, eodem modo
 fient quo secunda, Duplicabitur ni-
 mirum totus Quotiens & productum
 sub notis sequentis membri colloca-
 bitur, quæretur Quotiens, idemque
 addetur

addetur diuifori; multiplicabitur diui-
for, & subtractio fiet

vt prius, Vt in nostro

exemplo, duplico 46

& fiunt 92, quæ scri-
bo sub tertio mēbro.

Quæro deinde quo-
tientem & inuenio 4

quem adiungo tam radici, quam diui-
fori. Multiplico deinde 4 in 4, & fiunt
16, quæ ex 68 relinquunt 52, amplius 4
in 2 sunt 8, quæ ex 45 relinquunt 37. De-
nique 4 in 9 sunt 36, quæ ex 43 relin-
quunt 7. atque ita absoluta est extra-
ctio, post quam manet 7 2, quæ non
sunt à plus quam duplum radicis in-
uentæ quæ est 464.

Si diuifor in superioribus notis ne
semel quidem contineretur, scribenda
est cyfra in Quotiente (vt etiam fit in
diuisione) & deinde duplum Quotiētis
scribendum loco diuiforis sub sequen-
ti membro, vt vides factum in exemplo
adiecto.

Quod

Quod si non posset
etiam ex membro se-
quenti radix extrahi;
adiecta Quotienti cy-
frâ peracta essent operatio vt apparet in
adiecto exemplo in quo
radix est 50 & manent.
30.

$$\begin{array}{r} 287 \\ \times 6889 \times (402 \\ \hline \times 8802 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2830 (50 \\ \hline 5 \end{array}$$

Si in numero ex quo fit extractio sint
cyfræ, & antequam absoluator extra-
ctio per omnia membra nulla maneat
nota significatiua, addentur Quotienti
seu radici tot cyfræ quot supererunt
puncta, seu membra à quibus non est
facta extractio.

Vt de 4000, radix erit 200 quia ip-
sius 4 radix est 2, postquam autem du-
xeris 2 in 2, & subtraxeris, nihil ma-
nebit ex 4: addantur ergo duæ cyfræ,
quia adhuc duo membra supersunt ex
quibus non est facta extractio, & res
tota erit peracta.

EXA-

EXAMEN I.

Reijce 9 ex radice inuenta & residuū nota in vtroque crucislattere. Hęc inter se multiplica & ex producto simulque ex notis, si quę manferunt post extractionem, aufer etiam 9; residuo in capite crucis notato. Aufer denique 9 ex radice, & si residuum consentit cum eo quod est in capite crucis recta fuit operatio.

EXAMEN II.

Duc radicē in seipsam & productis partialibus adde notas post extractionem remanentes, si quę sunt; hęc collige per additionem & redibit numerus ex quo facta est extractio, si nullus error interuenit.

Me-

*Methodus altera extrahendi radicem
Quadratam.*

Post extractionem radicis è primo membro, quæ à superius dictis nihil differt, operatio secunda & reliquæ deinceps hoc modo fient. Radix inuēta seu totus Quotiens multiplicabitur per 20 (nam hic numerus perpetuo adhibebitur, & propterea dicitur numerus peculiaris huius extractionis) eritque productum loco diuisoris, per quem notæ sequentis membri diuidentur: atque huius diuisionis Quotiens, erit radix noua prioribus addenda. Vbi tamen obserua post hanc diuisionem non debere manere minus quā sit quadratū nouæ radicis seu quotientis: adeo vt si minus manserit, quotientis seu radicis noua minuenda si vnitatem. Per hanc deinde radicem nouam multiplico diuisorem, & producto addo quadratū eiusdem radicis posterioris, totamque summam

summam subtraho ex notis secundi membri & peracta est operatio.

Exempli causa fit radix extrahenda de 61843. Extrahetur imprimis radix de 6, & manebunt 2, & erit etiam radix 2. Hanc ergo radicem constituo primo loco & interiecta lineola subiicio 20

$$\begin{array}{r} 2-20-40-4-160 \quad 242 \\ 16 \frac{16}{178} \quad 61843 \quad (24 \\ \quad \quad \quad *76 \\ \quad \quad \quad * \end{array}$$

numerus peculiariter seruientem omni operationi huius extractionis, per quem multiplicata radice 2 fit diuisor 40, ac per hunc diuisorem diuisis notis sequentis membri 218, fit quotiens 5, cuius quadratum est 25, manentque post hanc diuisionem solum 18, monuimus autem non debere manere minus quam sit quadratum quotientis. Quotiens ergo seu noua radix 4 minuenda est unitate & erit noua radix 4, cui subscribo quadratum 16. Est quidem paulo longior hic circuitus ad nouam

membro relinquunt 339 vt in exemplo vides.

CAPVT XIX.

De inuentione radice in numeris non Quadratis . quæ proximè ad veram accedat.

QU I A raro contingit numerum cuius radix inuenienda est perfectè esse Quadratum, plerumque habetur radix numeri minoris eo qui proponitur, vt apparuit in exemplo supra allato. Est igitur operæ pretium videre quibus vijs possimus ad radicem verè propinquam pertingere in huiusmodi numeris non Quadratis. Et quia pro ratione subiectæ materiæ nunc tutius est accipere radicem paulo maiorem, nunc paulo minorem; modo trademus.

mu₃

140 ARITHMETICA PRACTICA
mus, quibus & iusto minor, & iusto maior,
insensibili discrimine radix perquiratur.

Prima igitur via, qua radix tam iusto maior, quam iusto minor posuit inquiri, est ea qua vsi sumus in fractionibus. Adijciantur ad numerum propositum aliquot cyfrarum binarij, & ex numero sic aucto quæratur radix, ex qua si abijcias tot notas, quot sunt additi cyfrarum binarij, & reliquis fractionem adiungas, cuius numerator sint figuræ abiectæ, denominator vero 1, cum tot cyfris, quot sunt additi binarij, fiet radix paulo minor quam iusta. Quod si numeratori huius fractionis addatur vnitas, fiet radix iustâ paulo maior. Vt si extrahenda sit radix de 14, qui numerus non est quadratus, & ex quo sine fractione non potest maior radix haberi quam 3, cuius quadratum est 9 longe distans à 14. Adde igitur vnum binarium cyfrarum, & ex 1400 extrahe radicem 37 iusto minorem, quia mansit aliquid post extractionem. Quia
vero

vero adieci vnum binarium cyfrarum, tollo ex radice 37 vnā figurā, quam pono loco numeratoris, & pro denominatore pono 1; cū vnica cyfra, quia vnicum binarium addidi cyfrarum. Fit ergo radix secunda $3\frac{7}{10}$ cuius quadratum est $13\frac{62}{100}$, multo propius accedens ad numerum propositum 14, quam primum quadratum 9 ortum ex radice 3.

Quod si lubeat habere radicem iusto maiorē, ad fractionis numeratorē adijciatur vnitas. Nam hæc radix $3\frac{8}{10}$ erit aliquāto maior iustā; huius enim quadratum est $14\frac{44}{100}$ quod excedit numerum propositum 14.

Itē si in exēplo supra allato cū quæritur radix de 214068, addā duas cyfras & quærā radicē de 214068 00, quæ erit 4636; sumam ergo pro numeratorē fractionis 6 & denominatorē 10, fiet quæ radix propinquior $426\frac{6}{10}$ seu $\frac{3}{5}$ paulo minor iusta, at paulo maior esset $426\frac{7}{10}$.

Quod si in his exemplis adiuncti fuissent duo aut plures binarij cyfrarum, multo

142 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
multo propinquior verę radix prodijf-
et.

Hac etiam via, quod supra indica-
uimus, inquirei poterit radix propin-
qua fractionum quę Quadratę non
fuerint.

Ducatur enim numerator in deno-
minatorem, & producti quære radicem
propinquam adiectis quot videbitur
cyfrarum binarijs. Hęc deinde radix
diuidatur per denominatorem; vel per
hanc radicem diuidatur numerator; nā
vtroque modo prodibit radix propin-
qua datę minutię.

Secunda methodus inquirat radi-
cem verę propinquam sed semper
iusto maiorem, & procedit hoc mo-
do.

Quod remansit post vltimam radi-
cis extractionem, fiat Numerator,
duplum vero radicis inuentę, quam
primum vocabimus, fiat denominator
fractionis, hęc enim minutia addita
primę radici constituet radicem se-
cundam verę propinquiorem. Vt si
queratur

queratur radix de 14. inueniatur pri-
 ma radix 3, cuius Quadratū est 9 quod
 vocatur primum Quadratum ; facta er-
 go extractione huius Quadrati ex nu-
 mero proposito 14, manent 5: accipia-
 tur ergo pro numeratore 6, & duplum
 primæ radice, quod est 5, loco deno-
 minatoris, adijciaturque fractio primæ
 radice & fiet radix secunda $3\frac{5}{6}$ cuius
 Quadratum ordine secundum est $14\frac{5}{4}$
 quod maius quidem est numero pro-
 posito 14, longè tamen propius accedit
 quam Quadratum primum 9 ex radi-
 ce 3. Amplius si lubet propius ad ve-
 ram accedere, excessus Quadrati se-
 cundi supra numerum propositum di-
 uidatur per duplum radice secunde, &
 Quotiens adijciatur secundæ radice, sic
 enim fiet radix tertia veræ propin-
 quior quam secunda Vt in exemplo
 nostro excessus Quadrati secundi $14\frac{5}{4}$
 supra numerum propositum 14, est ipsa
 fractio $\frac{5}{4}$, quæ si diuidatur per du-
 plum radice secunde, quod est 7, fiet
 Quo-

144 ARITHMETICA PRACTICA
 quotiens $1\frac{5}{6}$, quæ fractio si auferatur
 ex radice secūda fiet radix tertia $3\frac{7}{9}$
 propinquior veræ quam secunda. Ea-
 dē via posset inquiri radix quarta pro-
 prior quam tertia, & sic in infinitum.

Tertia methodus, priori in progressu
 similis, inquirat radicem minorem ac
 minorem semper quam sit radix vera,
 hoc modo pro numeratore fractionis
 accipe id quod remansit, vt prius, at
 denominator erit duplum radice primæ
 adiecta vnitāte; sic enim fit fractio
 quæ addita primæ radici dat secundam
 iusto minorem, vt in eodem exemplo,
 post sublatum primum quadratum 9
 ex numero 14, manent 5, quæ fiunt
 numerator; & denominator est 7 du-
 plum scilicet radice primæ 3, cum
 adiecta vnitāte; est ergo radix se-
 cunda $3\frac{5}{7}$ cuius quadratum ordine
 secundum $13\frac{25}{49}$ deficiens à numero
 proposito 14, fractione $\frac{11}{49}$. Hic igitur
 defectus (si propius adhuc voles ad
 veram radicem pertingere) diuidatur
 per

per duplum radicis secundæ simul cum defectu eiusdem radicis à radice proxime maiore in numeris integris, & Quotiens adiectus radici secundæ dabit tertiam verè propiorem. Vt quia radix secunda est $3\frac{1}{2}$ deficit à radice proxima integrorum quæ est 4. defectu $\frac{1}{2}$ hic igitur defectus addatur duplo radicis secundæ & fient $7\frac{1}{2}$ per què numerum si diuidatur defectus Quadrati secundi qui est $\frac{1}{4}$ fiet Quotiens $3\frac{7}{8}$ quæ fractio addita radici secundæ dabit tertiam veræ viciniorem; & sic in infinitum propius quidem repetendo eandem operandi formam accedetur ad veram, nūquam tamen ad eam peruenietur.

CAPVT XX.

De extractione Radicis ex minutia.

QUÆRATUR radix tam numeratoris quam denominatoris, sic enim
G
prodibit

246 ARITHMETICA PRACTICA
prodibit numerator & denominator
minutię nouę quę prioris erit radix.
Quod si vel numerator vel denomina-
tor radicem non habet exactam, tunc
tota fractio radicem exactam non ha-
bet.

Vt huius minutię $\frac{4}{9}$ radix est $\frac{2}{3}$ quia
ipsius 4 radix est 2, & ipsius 9 radix 3 At
quia in hac $\frac{4}{9}$ denominator radicē non
habet, tota etiā radix non habebit, si-
cut nec illa $\frac{7}{4}$ quia numerator radicem
præcisam nō habet, In his tamen radix
veræ propinqua inquiri potest vt in
numeris integris adiiciendo tam nu-
meratori, quam denominatori pa-
rem numerum cyfrarum vt supra do-
cuimus.

Quando vero quæretur radix inte-
grorum cum adherente minutia, re-
soluentur integra in fractionem anne-
xam. vt si quæretur radix de $12\frac{1}{4}$ resol-
uentur in minutiam & fient $\frac{49}{4}$ cuius
radix est $\frac{7}{2}$ seu $3\frac{1}{2}$. Item si detur radix
constans integris cum fractione, fiet
resolutio

resolutio in fractionem, & tunc tota fractio multiplicabitur in seipsam vt habeatur quadratum. Vt si quærat^{ur} quadratum radicis $3\frac{1}{2}$ fiet resolutio radicis in $\frac{7}{2}$ quæ fractio multiplicata per seipsam dat quadratum⁴² seu $12\frac{1}{4}$.

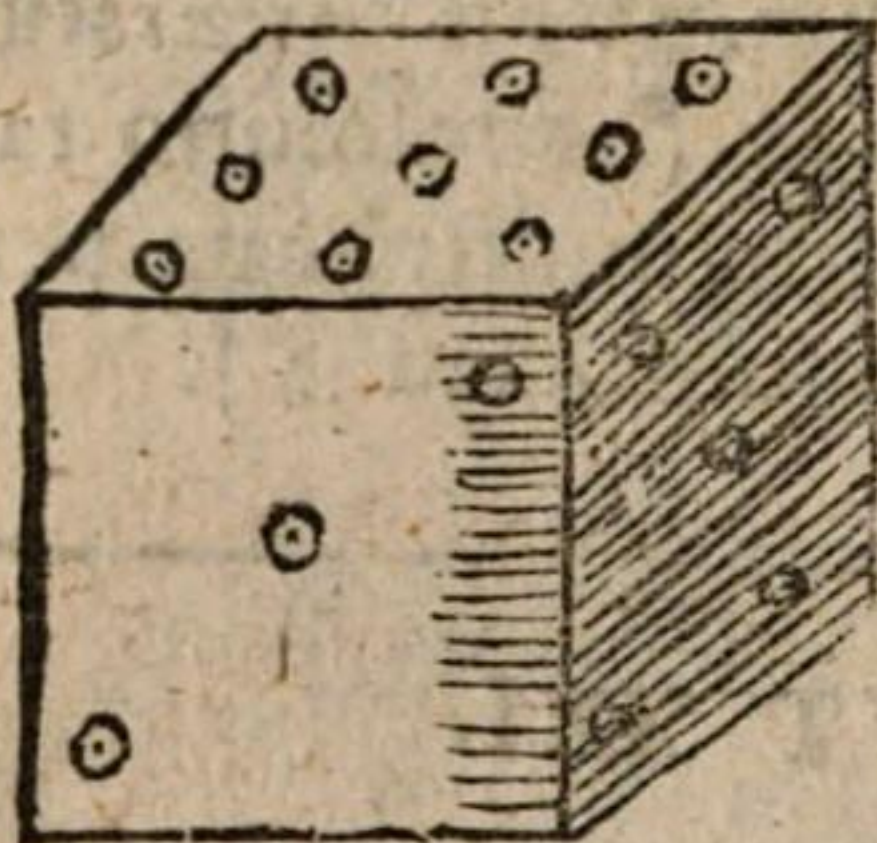
CAPVT XXI.

De extractione Radicis Cubicæ.

CUBICVS numerus est qui gignitur ex ductu numeri in seipsū & rursus ex ductu eiusdem numeri in productum. Vt 8 est numerus cubicus quia fit ducendo 2 in 2, vt fiant 4, & rursus ducendo 2 in productum 4, vt procreentur 8. Fit ergo cubus; geminata eiusdem numeri multiplicatione, vt cum dico bis duo bis, gignitur cubus 8, cum vero dico ter tria ter, produco cubum 27 & sic de reliquis.

Nomen accipit cubicus numerus à Cubo corpore geometrico, quod est in-

148 ARITHME. PRACTICÆ
 star aleæ, clausum scilicet sex superfi-
 ciebus quadratis æqualibus in hanc



formam: sicut enim ex ductu lateris cubi in alterū latus intelligitur à Geometris produci superficiem Quadratam, & ex ductu huius

superficie in eandem lateris lineam constitui cubum; ita apud Arithmeticos ex multiplicatione numeri in seipsum seu alterum sibi equum, fit numerus Quadratus, ac rursus hoc Quadrato per eundem numerum multiplicato fit cubus.

Radix Cubica, latus seu costa cubi est numerus ille cuius gemina multiplicatione fit cubus, ut radix cubica numeri 8 est 2, numeri 27 est 3 &c. Habes autem hic cubos simul cum quadratis prouenientibus ex radicibus nouem digitorum infra numerum denarium.

Radi-

1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	727

P R A X I S I.

Extractio radice Cubicę proportionē quadam fit vt extractio Quadratę. Primo enim signantur notę duabus, sine puncto interiectis. Deinde accipitur radix cubica quanta potest maxima ex notis primi membri, & eius radice cubus ex eisdem notis extrahitur, reliquo superscripto. Vt si cubica radix extrahenda est de 1842639, signabuntur puncta vt hic vides. Deinde quia ad primum punctū pertinet solum 1, ea pro radice sumenda est, cumque eius cubus

x 1842639 (1
x

G. 3 11

150 ARITHMETICA PRACTICA
fit 1, ab 1 ablatum nihil relinquet, atque
ita absolutum est primum membrum,
quæ operatio tantum semel fit.

PRAXIS II.

Secunda operatio & reliquæ facilius
fient & certius iuxta methodum poste-
riorem extractionis Quadratę. Sicut
ergo ibi quia duplicandus erat Quo-
tiens, ad 2 adijciebatur vna cyfra, &
numerus peculiaris illius extractionis
erat 20; ita hic quia triplicandus est
Quotiens, numerus peculiaris est 3
cui adduntur duę cyfrę, quia duę no-
tę inter puncta interijciuntur. Est er-
go numerus peculiariter huic extra-
ctioni seruiens 300. Et quia cubus ex
geminata multiplicatione gignitur
hinc alter etiam numerus multiplicans
est necessarius qui est 30. Per hos ergo
duos numeros 300. 30. in omni extra-
ctione cubica semper fit multiplicatio,
ad radicem inueniendam. Vt in prosc-
cutione nostri exempli. Quadratū ra-
dicis

dicis inuentæ ponitur primo loco & sub ea radix ipsa. Deinde ponuntur ad latus numeri peculiare 300, 30.

Quad. 1-300-2-600-114

Radix. 1-30-4-120-8-2-369 (12
— 8 8

Diuis. 330 728 1728

Multiplicantur deinde superiores inter se 300 in 1 & inferiores quoque inter se 30 in 1, quibus in vnum collectis fit diuisor 330; per quem diuido notas membri sequentis, quæ sunt 842, fitque Quotiens 2, adiungendus radici priori. Quod si diuisor ne semel quidem contineretur in notis membri sequentis, radix esset cyfra & notanda suo loco in radice (vt in omni diuisione & extractione radicum fit) pergendumque ad aliud membrum. Postquam ergo inuenta est radix noua 2 scribitur post numeros prius dispositos, & sub ea Quadratum 4 & cubus 8. Deinde per radicem 2, multiplicatur numerus proxime antecedens 300, & fiunt 600 notanda cōsequenter, Per Quadratū item 4, mul-

4 multiplicatur antecederis numerus 30
& fiunt 120, quibus addo cubum 8, &
omnibus collectis fiunt 728 extrahenda
ex 842, manebuntque 114 vt vides in
exemplo. Quod si tantum prodiret in
ultima collectione vt subtractio non
posset fieri, tunc radix esset minuenda
& iteranda operatio, ab eo loco vbi ra-
dicem 2, cum suo Quadrato & cubo
iussimus collocari.

Sequentes deinde operationes nihil
differunt à secūda, vt si hoc exemplum
libet absoluerē. Radicem 12 colloco
sub suo quadrato 144 ac deinde nume-
ros peculiares 300 & 30. Multiplico

$$144 - 300 - 43200 - 2 - 86400$$

$$12 - 30 - 360 - 4 - 1440$$

$$\quad \quad \quad - 8 \quad \quad \quad 8$$

$$43560 \quad -$$

$$87848$$

deinde superiores inter se & fiūt 43200,
inferiores vero multiplicati dant 360,
quibus collectis fit diuisor 43560, per
quem diuido notas sequentis membri
114639, & fit Quotiens eademque

26

rr*791

r8*2639(122

r7288*8

87

$$\begin{array}{c} 6 \\ 5 \text{ X } 5 \\ 6 \end{array}$$

radix 2. Sub ea ergo colloca quadratū
eiusdem 4, & Cubum 8. Duco deinde
2 in 43200, & prodeunt 86400 item ex
Quadrato 4 in 360 fiunt 1440, quibus
addito cubo 8, fit summa 87848 sub-
trahenda ex notis superpositis 114639,
manentque 26791. & sic quantum fie-
ri potuit ex dato numero extracta est
radix cubica 122.

Quod attinet ad notas remanentes
& minutias, extrahi ex vtrisque poterit
radix verē proxima adijciēdo aliquot
cyfrarum ternarios, quemadmodum
binarij adijciebantur ad extractionem
radicis Quadratæ, & reliqua insuper
proportionē fient vt ibi præscriptum
est.

E x A

EXAMEN I.

Adijciantur 9 ex radice & residuum in utroque crucis latere scribatur. Idque residuum multiplicetur cubice, & ex producto simulque ex notis remanentibus, si quæ fuerunt, tollantur 9 residuo notato in capite crucis. Reijciantur deinceps 9 ex numero de quo radix est extracta, & si quod hinc restat consentit cum eo quod est in capite crucis, recte habet extractio.

EXAMEN II.

Radix inuenta multiplicetur cubice, & producto addenotas remanentes, si quæ fuerunt; nam omnibus in vnum collectis redibit numerus ex quo facta est extractio, nisi error alicubi interuenit.

INDEX



INDEX CAPITVM.

CAP. I.	De numeratione.	pagina 9
2	De Additione.	13
3	De Subtractione.	17
4	De Multiplicatione.	22
5	De Multiplicatione per tabulam Pythagoricam.	30
6	De Diuisione.	40
7	De Diuisione per mobilem tabulam Pythagoricam.	56
8	De numero fracto.	61
9	De Additione, & reliquis circa fractionem operationibus.	76
10	De fractionibus fractionum.	84
11	De Regulatrium.	93
12	De Regulatrium eversa.	97
13	De Regulatrium composita.	99
14	De Regula Societatum.	101
	15 De	

INDEX CAPITVM.

- 15 De Regula Alligationis 104
16 De Regula falsi simplicis positionis.
109.
17 De Regula falsi duplicis positionis. 120
18 De extractione Radicis Quadra-
tae. 125
19 De inuentione Radicis in numeris
non Quadratis, quę proximè ad veram
accedat. 139
20 De extractione Radicis ex minutia.
145
21 De extractione Radicis Cubica 147

FINIS.

