

1.
2.
RITHMETICÆ
ACTICÆ
EIVS INSTITVTIO.

VA NOVA RATIO
IDENDI PER TABVLAM
HAGORICAM ET ALIA
passim obuia explicantur.

OPERA
OLI MALAPERTII
atensis è Societate IESV.



DVACI,
BALTAZARIS BELLERI:
sub Circino Aureo.

ANNO 1620.

247

IVVENTVTI MATHEMATVM STVDIOSÆ

In Academia Duacena.

PROPRIA quædam laus est nostræ Mathematicæ, Iuvenes Academicæ, quod à principijs, usq; simplicissimis exorsa, in rerum difficillimarum cognitionem rectè deducat; ceteris interim disciplinis ab effectis sensu notioribus ad principia & causas, & ab his ad effecta longo ductu regredientibus. Nostris proinde in scholis Arithmetica, quæ magnitudinem ab omni situ & positione liberam contemplatur, Geometriam, magnitudinum & partium situ iam constrictam, ut naturæ ordine & dignitate, ita etiam doctrinæ methodo antecedit. Neque verò hoc suo tantum iure ratiocinandi facultas ceteris Mathematicæ partibus anteit, sed multo etiam magis quod earum nonnullas veluti mancipio sibi habeat addictas, ceteræ autem quidquid præstant, idem ipsa expeditius conficiat, præsertim si exquisitissimam illam Arithmeticæ vim adhibeas, quæ Algebram dicunt. Quid enim numeris planis & cubicis, numerorumque radicibus non mon-

4
stramus, quod aut figurarum beneficio, aut Stereometria docere Geometer possit? Sed quam illud admirandum, astrorum conuersiones, motuumque periodos paucis numerorum tabellis ita comprehensas teneri, ut caelestes illas choreas ad numerorum modos & harmoniam gressus componere, & moderari cogamus? Cum igitur disciplinas Mathematicas via ac ratione tradere constituissem, visum est in primis breuem hanc Arithmeticae praxim adornare, quae non tantum ad reliqua capeßenda Mathematica viam prae muniret, sed ad omnem vitae usum, ad priuatas publicasque rationes prodesse posset. Quid enim homine illo impolitius atque ad omnem vitam ineptius, qui neque dati acceptique rationes subducere, neque numeros aliquot possit indigitos conicere? Porro quod attinet ad eam multiplicandi partiendiue rationem, quae fit tabellae Pythagoricae beneficio, non eo consilio est proposita, ut methodo usitata relicta passim usurpetur: neque enim aut tabellae illius segmenta semper erunt ad manum, aut ab huiusmodi adminiculis pendere Arithmeticum decet. Sentietis tamen non paruum temporis, operaeque compendium ab ea praxi (quod ego non semel sum expertus) si quando circa triangulo-

rum

rum, præsertim Sphæricorum, calculum lōge at-
que impedita diuisiones erunt peragenda. Deus
Opt. Max. laborem hunc meum vobis uti-
lem esse iubeat, cui studia hæc, ceteraque om-
nia lubens merito dico atque confesco.

FACULTAS R. P. PROVINCIA-
LIS SOCIETATIS IESV.

EGO infra scriptus Societatis IESV Pro-
uincialis in Prouincia Gallo-Belgica
iuxta priuilegium à Serenissimis Principibus
nostris ALBERTO & ISABELLA eidem
Societati nostræ concessum, quo omnibus
prohibetur ne libros ab eiusdem Societa-
tis hominibus compositos, absque Superio-
rum permissione imprimant; facultatem do
Baltazaro Bellerio Typographo Duacensi, vt
librum cui titulus est, Commentarius in prio-
res sex libros Elementorum Euclidis, & In-
stitutiones Arithmeticæ practicæ CAROLI
MALAPERTII è Societate IESV, ad Sex
annos proximos imprimere & libere distri-
buere possit.

Datum Tornaci 9. Nouembris 1619.

FLORENTIUS DE MONTMORENCY.

A 3

APPRO-

APPROBATIO.

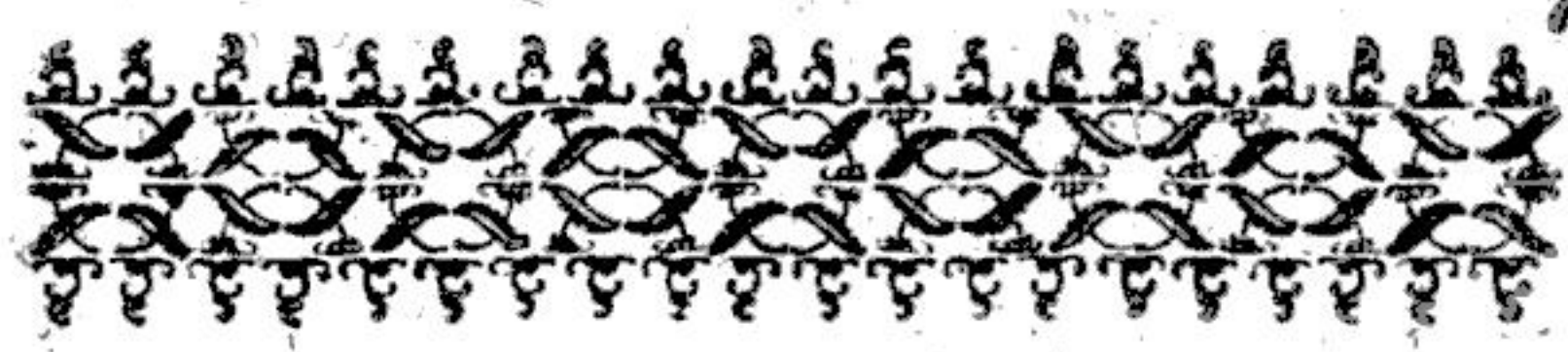
In hac Arithmeticae practicae Institutione R. P. CAROLI MALAPERTII nihil est quod fidei catholicae, aut bonis moribus aduersetur.

Actum Duaci die 18. Februarij 1620.

GEORGIUS COLVENERIVS
S. Theologiae Doctor & professor, & librorum in Academia Duacena Censor.



ARITH-



ARITHMETICÆ
PRACTICÆ BREVIS
INSTITVTIO.

De Numeratione.

CAPVT I.



NUMERVM quemlibet expri-
munt Arithmetici vna vel
pluribus è decem notis sub-
iectis

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Inter quas 1 vnum significat, 2 duo, 3
tria, & sic ordine deinceps vsque ad 9,
quæ significat nouem: vltima vero cy-
fra dici solet, quæ per se nihil signifi-
cat, sed reliquis addita earum auget va-
lorem. Solent etiam hæ notæ vocari Di-
giti.

Ordo notarum coniuatarum.

Cum plures notæ seu digiti iungun-
tur ad numerum aliquem constituen-
dum

dum, ordo talis est, ut prima sit quæ ultimo scribitur, procedendo à dextra in sinistram. Exempli causa in numero 1620 prima nota est cyfra 0. secunda 2. &c. Ratio huius ordinis est, quod notæ primæ ad dexteram minus recedunt ab unitate, quæ est omnis numeri principiū; & in plerisque operationibus Arithmeticis incipimus à notis primis ad dexteram ut mox apparebit.

Valor notarum coniunctarum.

Cum plures notæ ordine collocatæ numerum constituunt, quæ primo loco posita est idem valet quod solitarie sumpta, siue, significat suum simplicem numerum infra decem: secunda vero significat suum numerum decies; hoc est, valet decies tantum, quātum valeret seorsim accepta; tertia significat suum numerum centies, quarta millies, quinta decies millies, sexta centies millies, septima decies centies millies, seu millies millies; & ita de ceteris si plures fuerint, augendo decuplo semper valorem cuiusque notæ supra valorem proxime præcedentis. Exempli causa in numero

3624

3624. nota prima 4 significat quatuor, quantum significat separata, secunda 2 significat viginti, decuplum scilicet eius quod valeret solitarie sumpta, tertia 6 significat centuplum sui numeri, hoc est sexcenta, quarta 3 significat millicuplū sui numeri seu tria millia; totusque numerus est tria millia, sexcenta, viginti, quatuor. Item numerus 604 significat sexcenta & quatuor; 30206. triginta millia ducenta & sex &c.

Praxis pro numeris maioribus.

In magnis numeris, qui propter multarum notarum seriem difficulter comprehenduntur & enuntiantur, distingue ternas quasque notas virgula interiecta, & scias in primo ad dextram ternario esse vnitates; in secundo millia; in tertio millia millium seu milliones; in quarto millia millionum; in quinto milliones millionum, &c. Exempli causa

E D C B A.

25,485,604,236,720.

In primo ternario A sunt septingentę viginti vnitates, in secundo B ducenta triginta sex millia, in tertio C sunt mil-

lio-

liones, in quarto D millia millionum,
in quinto E miliones millionum &c.

E D C B A.

25,485,604,236,720.

Talis ergo numerus sic est enuntiandus;
viginti quinque miliones millionum,
quadringenta octoginta quinque millia
millionū, sexcēti quatuor miliones, du-
centa triginta sex millia, septingenta vi-
ginti.

Neque est quod refugiamus vocem il-
lam barbaram *Millio*, cum apte expri-
mat, quod alias molesta repetitione mil-
lum sit significandum. Valet ergo vnus
Millio idem quod decies cētena millia,
seu millies mille: vt *Millio* aureorum sūt
decies centena millia aureorum, seu mil-
lies mille aurei.

De Additione.

C A P V T I I.

ADDITIO est plurium numero-
rum in vnam summam collectio.

P R A X I S I.

Cum plures numeros in vnum voles
colligere, scribe numeros addendos v-
num sub alio, notis sibi correspondenti-
bus.

ribus. Quod si numeri non constant pari multitudine notarum, scribantur primæ notæ sub primis, ita ut vacuitas appareat versus sinistram. Ut si dentur numeri A, B, C, D. colligendi in vnam summam, sic disponentur.

$$\begin{array}{r}
 5783 \text{ A} \\
 8271 \text{ B} \\
 12 \text{ C} \\
 3 \text{ D} \\
 \hline
 14069 \text{ E Summa}
 \end{array}$$

P R A X I S II.

Numeris apte collocatis, & lineola subducta quâ distinguatur à summa colligenda, incipies in vnum colligere primas notas omnium numerorum, hoc modo; 3 & 2 sunt quinque, quinque & 1 sunt sex, sex & 3 sunt 9, quæ subscribis pro prima nota summe E, collocaſq; directe sub primis notis numerorum collectorum.

P R A X I S III.

Cum numerus ex vna serie collectus pluribus notis constat, prima tantum sub-

subscribitur in summa, altera vero mente seruat^r, iungenda cum notis seriei sequentis. Vt in eodem exemplo sic pergis ad secundas notas: 1 & 7 sunt 8; octo & 8 sunt 16, quem numerum vides gemina nota constare; subscribis ergo priorem quæ est 6, & posteriorem 1, mente seruas; ac pergendo ad tertias notas dicis; 2 & 1 quod mente seruo, sunt tria, tria & 7 sunt 10: subscribis ergo 0 & seruas 1. Denique progredieris ad vltimum ordinem & dicis; 8 & 1 quod seruo sunt nouem; nouem & 5 sunt 14 quæ integra subscribis: semper enim vltima collectio subscribitur integre. Fit ergo summa E 14069.

$$\begin{array}{r}
 5\ 7\ 8\ 3\ A \\
 8\ 2\ 7\ 1\ B \\
 1\ 2\ C \\
 3\ D \\
 \hline
 1\ 4\ 0\ 6\ 9\ E\ \text{Summa}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2\ G \\
 \hline
 2\ F
 \end{array}$$

EXAMEN I.

Cum explorare voles an recte absoluta sit additio, collige in vnum quocunque placuerit ordine notas summæ, & abice

abijce nouem quoties supra 9 numerus excrescit; quod vero post vltimam abiectionem superest, annota. Idem fac percurrēdo notas numerorum additorum, & si post vltimam abiectionem ipsorum nouem, totidem manent quot manebant ex summa, recte habet additio facta; sin secus, male. Vt in superiore exemplo percurrēdo summam, 4 & 1 sunt 5, 5 & 6 sunt 11, & abiectis 0 sunt 2, cumque nihil supersit nisi cyfra & 9 quæ sunt abijcienda, annoto 2 vbi F. Similiter abijcio 9 ex notis numerorum A, B, C, D. & deprehendo post vltimam abiectionem manere etiam 2, quæ noto vbi G, & colligo recte peractam esse additionem.

EXAMEN II.

Subtrahe vnum quemlibet numerum puta A ex summa E (vt docebitur capite sequenti) & quod remanebit iunge per additionem ad reliquos numeros B, C, D: nam si legitima fuit prima additio, prodibit iterum summa E, in hac secunda additione.

De

De Subtractione.

CAPVT III.

SUBTRACTIO est minoris numeri e maiore subductio. Interueniunt ergo tres numeri in hac operatione . Maior ex quo fit subtractio, Minor subtrahendus, & residuus qui manet post subtractionem.

P R A X I S I.

Colloca numerum subtrahendum sub maiore, primis vtriusque notis sibi respondentibus vt in Additione, praxi prima diximus. Vt si ex 240 subtrahenda sint 30 ita stabit exemplum.

240.	A Maior numerus
30.	B Subtrahendus
<hr/>	
210.	C Residuum

P R A X I S II.

Numeris dispositis & lineola subtenſa aufer primam notam numeri subtrahendi, ex notis deſuper respondentibus, hoc modo, cyfra ſublatâ ex cyfra manet

nec nihil seu cyfra, sub primis notis in
C notanda. Deinde; ex 4 relinquunt
quod noto suo loco; ac denique quia ex
ultima notâ maioris numeri nihil est sub-
tractum ea in residuo scribitur integra,
Est ergo residuum 210.

PRAXIS III.

Cum nota aliqua numeri subtrahen-
di auferri nequit ex superiore corres-
pondente in maiore numero, decem
mutuo sunt sumenda ex nota sequenti;
ideoque sequens nota minor vnitate e-
rit estimanda quam re vera sit. Vt in ex-
emplo adiuncto sic procedes. 7 ex 6 au-
ferri non possunt; quare accipio mutuo
vnitatem ex nota sequenti quæ est 4 &
dico 7 ex 16 relinquunt 9 quæ subscribo.

$$\begin{array}{r} 46 \text{ A} \\ 27 \text{ B} \\ \hline 19 \text{ C} \end{array}$$

Deinde 2 ex 3 (nam propter commo-
datam vnitatem 4 fiunt 3) relinquunt 1
quæ subscribo & facta est subtractio.

Perin-

Perinde feceris siue propter decem assumpta mutuo, minuas sequentem notam numeri superioris vt iam factū est; siue notam sequentem numeri subtrahendiaugeas vnitate. Vt si exempli causa ita procedas. 7 ex 6 non possum; traho igitur a 10 & manent 3, cumque additis 6 fiunt 9 subscribēda. Deinde propter assumpta 10 sequens nota 2 fit 3 quæ subtracta à 4 relinquunt 1. Estque hæc praxis sepe priore commodior vt apparebit in ipso vsu.

Similiter assumes 10 si occurrant vna vel plures cyfrę in numero maiore, ex quibus nihil potest subtrahi; donec venias ad notam significatiuam cui detrahetur vnitas propter decem assumpta. Verbi causa in hoc exemplo sic procedes:

$$\begin{array}{r}
 800037 \text{ A} \quad 0 \\
 \underline{216 \text{ B}} \quad 0 \\
 799821 \text{ C}
 \end{array}$$

6 a 7 relinquunt 1; 1 a 3 relinquunt 2. Nunc vero quia a cyfra nihil potest detrahi accipio cyfram quasi 10, & 2 auferendo ex 10 manent 8. Amplius quia sequens

quens cyfra pro decem estimanda esset, sunt autem mutuo assumpta decem, sumenda erit cyfra pro 9, & ipsa 9 subscribenda; idemque rursus faciendum pro sequenti & subscribenda similiter 9. Ultima vero nota quæ est 8 pro septem accipienda est, & subscribenda 7, sicque perfecta est subtractio.

E X A M E N I.

Abijce 9 quoties potes ex maiore numero A, similiter ex duobus reliquis numeris B & C: quod si ex maiore numero idem manet, quod ex duobus reliquis simul sumptis, bona fuit subtractio. Ut in exemplo proxime allato, nihil manet vtroque; unde colligas recte institutam operationem.

E X A M E N II.

Collige in vnum per additionem numerum detrahendum B, & residuum C, eritque summa additionis numerus maior A, si bona fuit ante subtractio. Id in exemplo videre licet.

$$\begin{array}{r}
 216. \quad B \\
 799821 \quad C \\
 \hline
 800037. \quad A
 \end{array}$$

B

De

De Multiplicatione.

CAPVT IV.

MULTIPLICATIO est sumptio vnius numeri toties, quoties in altero continetur vnitas. Vt multiplicare 6 per quatuor, est toties sumere 6 quoties vnitas continetur in 4. Quatuor autem genera numerorum occurrere possunt in vna multiplicatione: A numerus multiplicandus, B numerus multiplicans, C producti partiales, qui interueniunt cum multiplicans constat pluribus notis, D productus totalis.

P R A X I S I.

Vtrum voles numerorum qui inter se multiplicandi sunt, colloca superius, & infra alterum notis primis sibi respondentibus, vt in additione & subtractione praxi I. Commodius tamen erit maiorem e duobus numerum facere superiorem, vt si sint inter se multiplicandi, A per 315 B 24 ita stabit exemplum.

315. A Multiplicandus.

24. B Multiplicans.

1260. C

630 D

} Producti partiales.

7560 E Productus totalis.

P R A X I S II.

Multiplica primam superioris cum prima inferioris, & dic; quinques 4 sunt 20, subscribis ergo 0, & seruas 2 vt in additione. Pergis per eandem notam inferioris multiplicare sequentes superioris, & dicis: quater 1 sunt 4, & duo, quæ seruo sunt 6, quæ subscribis. Amplius, quater 3 sunt 12, quæ vltima multiplicatio est per primam notam, & integra subscribenda.

Similiter per secundam notam ipsius B, quæ est duo, multiplicas notas omnes numeri superioris, & dicis bis 5 sunt 10; seruo igitur 1, & scribo cyfrā sub ipsa nota multiplicāte 2, non sub 5; quod diligēter est obseruandū: semper enim quod prodit per primā vnius notę multiplicationē sub ipsa nota multiplicāte scribendū est. Deinde bis 1 sunt 2 & vñum quod seruo faciunt 3. Denique bis 3 sunt sex quæ subscribo.

His peractis colligo productos parciales per additionem in summam E, & peracta est multiplicatio.

20 ARITHMETICA PRACTICA
P R A X I S III.

Si occurrant cyfræ initio numeri multiplicantis, aut multiplicandi, aut vtriusque, omittendæ omnes erunt, & instituenda multiplicatio vt si abessent. Verum post multiplicationem omnes vtriusque numeri apponendæ sunt ad productum. Vt in exemplo subiecto, duæ cyfræ multiplicandi, & vna multiplicantis additæ sunt ad productum totale.

$$\begin{array}{r} 32600 \\ 340 \\ \hline 1304 \\ 978 \\ \hline 11084000. \end{array}$$

P R A X I S IV.

Si occurrant cyfræ interpositæ alijs notis numeri multiplicatis, possunt præteriri. Memineris tamen productum per multiplicationē notę sequentis debere retrocedere, necesse collocandum sub cyfra, quod vides obseruatum in exemplo subiecto, vbi 6 in producto secundo partiali ponitur sub 2, non sub 0.

$$\begin{array}{r}
 423 \\
 206 \\
 \hline
 2538 \\
 846 \\
 \hline
 87138
 \end{array}$$

PRAXIS V.

Si erunt cyfræ in medio numeri multiplicandi, eæ in producto notabuntur; nisi forte aliquid manserit ex prioris notę multiplicatione quod loco cyfræ notetur. Vtrumque obseruare licet in adiecto exemplo: nam prior cyfra numeri multiplicandi notatur in producto; non autem posterior, quia ex multiplicatione notę præcedentis aliquid seruabatur, quod notatum est loco cyfræ.

$$\begin{array}{c}
 \text{C} \\
 \begin{array}{ccc}
 & 8 & \\
 \text{A } 7 & \times & 4 \text{ B} \\
 & 8 & \\
 \text{D} & &
 \end{array}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 80602 \\
 \hline
 4 \\
 322408
 \end{array}$$

PRAXIS VI.

Si quando Tyronibus non ita promptum est colligere quem numerum faciant

B 3

cient

ciant duæ notæ inter se multiplicatę, puta sexies 7, octies 9: uti possunt hac arte. Scribatur vna nota sub altera ut A, B, & ad latus notetur quantum vtraque distet à 10, ut C, D, non hæ distantia C & D inter se multiplicetur, sub quibus notetur productum, subtrahatur denique distantia alterutra a nota altera cuius nō

$$\begin{array}{rcccl}
 A & 8 & & & C \\
 & & \diagdown & \diagup & \\
 B & 7 & & & D \\
 \hline
 & & 5 & & 6
 \end{array}$$

est distantia, ab ea inquam, quæ per crucem opponitur, ut C a B, vel D a B, & residuum notetur & habebitur quæsitum. Ut in hoc exemplo octies septem sunt 56. Est & alia praxis per tabulam Pythagoricam de qua capite sequenti.

EXAMEN I.

Abijce 9 ex multiplicando, & residuū nota, idem fac in multiplicante, & per residuū huius multiplica residuum numeri prioris, ex producto autem abiice rursus 9 & residuum annota. Ex summa deinde abiectis similiter 9 si tantundem manet

manet quantū superfuit ex producto residuorum, bona fuit operatio. Res fiet clarior in exemplo proxime allato, in quo ex numero multiplicando post abiecta 9 manent 7, quæ annoto in sinistra parte crucis vbi A. Deinde quia in multiplicante non sunt nisi 4 ex quibus nō potest abiici 9, ea ipsa 4 scribo in parte crucis opposita vbi B. Multiplico deinde 7 per 4 & fiunt 28, ex quibus reiectis 9 manet 1, quam notam pono in superiore parte crucis vbi C. Postremo ex producto abijcio 9, & superest etiam 1 quod colloco vbi D. ac simul quia æquales numeri sunt C & D intelligo recte factam multiplicationem propositam.

E X A M E N I I.

Diuide productū totale per multiplicantem numerum, & in quotiente prodibit numerus multiplicandus, si bona fuerat multiplicatio. Aut si idem productum diuiferis per multiplicandum, exibit Multiplicans. Sed de diuisione dicetur capite 6.

B 4 De

DE TABVLA PYTHAGORICA

eiusque nouo quodam usu ad omnem multiplicationem.

CAPVT V.

TABVLA quam ab auctore Pythagoricam dicunt, est series numerorum multiplo- rum sub suis simplis ordine collocatorum; quæ quidem in infinitum, vt numeri ipsi, posset extendi, sed plerumque non ultra 9 diducitur. In supremo igitur ordine huius tabulæ collocantur notæ Arithmeticae 1, 2, &c, vsque ad 9. & sub singulis ponitur duplum, triplum, &c vsque ad nouëcuplū: quemadmodū videre licet in proposita tabula ABCD.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
C	8	16	24	32	40	48	56	64	72	D
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

usus

Vfus tabulæ est ad promptam multiplicationem duarum inter se notarum seu digitorum; nam si vnus quærat in laterali ordine AC & alter in supremo AB, descendaturq; vsque ad seriem notæ lateralis, in ea ipsa erit numerus productus per multiplicationem illarum inter se notarum. Exempli causa quero quot sint 8 in 9 ducta, seu octies nouem. Accipio igitur in laterali ordine 8 vbi C, & in supremo 9 vbi B & sub hoc descendo vsque ad ordinem ipsius C, hoc est vsque ad D ibique inuenio 72 & hic est numerus quæsitus nam octies 9 sunt 72.

Atque hic vsus tabulæ Pythagoricæ passim traditur. Est tamen alia quædam ratio per tabulam hanc pythagoricam mobilem expedite admodum multiplicationem non duarum tantum, sed quotuis etiam notarum perficiendi: Mobilem autem hanc tabulam voco si excisæ essent singulæ columnæ, & à se mutuo separatæ transponi pro lubito possent ad quemuis numerum in supremo ordine collocandum; nam si columna AC & ceteræ omnes essent excisæ possem earum transpositione

sitione quemlibet numerum in ordine AB collocare; qui constaret ijs notis quæ in ordine AB continentur; sed quia numeri plerumque easdem notas habent pluries repetitas; oportet plures esse paratas vniuscuiusque notæ columnas, ut beneficio huius tabulæ mobilis quilibet numerus in suprema serie possit exhiberi.

PRAXIS I.

Preparatio tabulæ Pythagoricæ mobilis.

Parètur ex ere, charta solida, aut materia alia idonea laminæ tenues & oblōgæ, quæ in nouem quadrata æqualia possint diuidi, ipsa vero quadrata secentur in duo triangula ductis diametris à sinistra sursum in dextram. In supremo deinde triangulo dextro scribatur nota aliqua tabulæ Pythagoricæ, & sub ea omnes numeri multipli, ut supra in tabula A, B, C, D, factum vides.

Hoc tantū obseruabis, ut cum multipulum alicuius notæ excrescet ad 10 aut ultra, singulæ notæ in distinctis triangulis scribātur, ut apparet in typo subiecto.

Cum

A B		
1	2	
2	4	
3	6	
4	8	
5	10	
6	12	
7	14	
8	16	
9	18	

Cum vero duæ facies futuræ sint in quaque lamina, scribentur in vna quaque duo digiti diuersi. Exempli caussa in vna scribentur notæ 1. 2. cum suis multiplicis ordine descendentibus, eritque facies anterior A, posterior B. In secunda lamina continebuntur digiti 3, & 4. In tertia 5 & 6; in quarta 7 & 8, in quinta 9 & 0, locis omnibus. Suffecerit vero sex vniuscuiusque formæ habere ad maximas etiam diuisiones & multiplicationes peragendas. Erunt igitur parandæ
sex

18 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 sex similes primæ AB, sex aliæ similes se-
 cundæ &c. ut vniuersim sint 30. Plures
 qui parauerit, hoc erit ad omnem ope-
 rationem instructior.

	E	A	B	C	D
	I	7	6	1	8
H	II	1/4	1/2	2/6	K
	III	2/1	1/8	3/4	
	IV	2/8	2/4	4/3	
	V	3/5	3/0	5/4	
	VI	4/2	3/6	6/4	
	VII	4/9	4/2	7/5	
L	IX	5/6	4/8	8/6	M
	IX	6/3	5/4	9/2	
F	G				

Parabitur
 deinde angu-
 lus rectus in
 quo disponi
 laminæ pos-
 sint, ut apte
 inter se pluri-
 um quadrata
 recto ordine
 respondeant,
 eiusdēq; an-
 guli latus v-
 nū in 9 arco-
 las secabitur
 equales lami-

narū quadratis, adscriptis numerorum
 notis, ut hic vides notatum angulū EFG,
 in quo sunt dispositæ quatuor lamellæ
 A, B, C, D.

P R A X I S II.

Additio numerorum in tabula Pythagorica.

SI quæ exigua difficultas occurreret in multiplicatione per has lamellas, ea erit in colligendis numeris cuiusque ordinis quorum numerorum additio sic perageretur. Quia iussimus quadrata laminarum spatia diametris diuidi, ideo cum plures coniungentur, ex dimidijs duarum spatijs fient quadrangulæ illæ figuræ quas Geometræ Rhomboides dicunt; & quæ in vna huiusmodi figura continentur notæ conflandæ sunt in vnum, cum numeri per lamellas dispositi in vnam summam erunt colligendi. Exempli causa in laminis A, B, C, D, superius dispositis sunt in supremo ordine Rhomboides tres, vnus in quo est 7. secundus in quo 6, tertius in quo 1. & totidem alij sunt in sequentibus ordinibus.

Cum ergo voles addere in vnum numeros cuiusque ordinis, puta ordinis secundi HK, incipies à dextra in sinistram, seu ex K in H procedendo. Habes igitur in primo triangulo iuxta K notam 6, quæ
scri-

scribis primo loco ad dextrā : habes deinde in primo Rhomboide 2 & 1 quas notas coniungis in vnam & fiunt 3. In secundo Rhomboide sunt 2 consequenter scribenda, in tertio 4 & 1 quę faciūt 5, ac denique in vltimo triangulo est 1 scribendum vltimo loco. Est ergo summa ex toto ordine H K collecta 15236.

Quādo autem notę vnius Rhomboidis ultra 9 progressæ, non possunt vnica nota comprehendi, tunc, vt fit in Additione, scribitur etiam hic nota prior & vnitas in mente seruata sequenti Rhomboidi aut triangulo adiungitur. Exempli causa si colligantur in vnum numeri ordinis L M. Ex primo triangulo iuxta M colligo 4; ex primo Rhombo, 8 & 6, quę faciunt 14; scribo igitur 4, & seruo 1. Deinde in secundo Rhomdoide sunt 8, & 1 quod seruabam sūt 9, quę adscribo: in tertio Rhombo, 6 & 4 sunt 10, scribo cyfram & seruo 1: deinde in vltimo triangulo sunt 5, & 1 quod seruabam sunt 6. Est ergo summa ordinis L. M. 60944.

Hunc modum colligendi numeros à dextra in sinistram tamdiu tenebis, donec

neq̃ medico vſu id cōſequaris vt iam numeri tibi non ſint per partes exſcribēdi, ſed poſſis prompte totum vnum ordinē legere, & lectum tranſcribere. Non enim difficile eſt à ſiniſtra in dextram progrediēdo additiunculas illas mente peragere, & cum duæ notæ ultra 10 excreſcunt, vnitatem refundere in Rhomboidem aut triangulum præcedens. Sic in ordine HK leges quindecim millia ducenta triginta ſex, &c.

PRAXIS III.

Multiplicatio per hanc tabulam mobilem.

Numetus multiplicandus conſtituatur in ſupremo ordine laminarum, deinde ſingulis notis numeri multiplicantis quærat̃ur correfpondens in notis Romanis anguli EFG, nã in eo ordine erit productum totius numeri per quamuis notam multiplicati. Colligentur ergo per praxim præcedentem omnes numeri illius ordinis, & ſub numero multiplicante ſcribentur, vt fit in vſitata multiplicatione.

Res

Res in exemplo erit clarior. Proponatur
 numerus 7618 per 28
 multiplicandus, colloco
 ergo in angulo 1 EFG la-
 mellas A, B, C, D. quæ il-
 lum numerum multipli-
 candum exhibent in su-
 premo ordine.

$$\begin{array}{r}
 7618 \\
 28 \\
 \hline
 60944 \\
 15236 \\
 \hline
 213304
 \end{array}$$

Deinde in latere EF anguli EFG quæ-
 ro II X primam notam numeri multi-
 plicantis, quam inuenio in L, ordo ergo
 LM, est multiplicatio totius numeri
 7618 per 8: Quare colligo per additionē
 praxis superioris & transcribo hunc nu-
 merum, collocandum vt in multiplica-
 tionis forma vsitata. Postea quæro in co-
 dem latere EF secundam notam nume-
 ri multiplicantis quæ est 2, & transcribo
 ordinem HK illi notæ II respondentem.
 Colligo denique partiales numeros pro-
 ductos in vnam summam per additionē
 more solito, & perfecta est multiplicatio,
 vti supra exhibetur:

De Diuisione.

C A P V T V I.

DI V I S I O est partitio numeri in aliquot suas partes. Ad quam perficiendam tres numeri occurrunt, Diuidendus, Diuisor & Quotiens: ita barbare vocamus numerum inuentum per diuisionem, qui indicat quoties contineatur diuisor in diuidendo.

P R A X I S I.

Numerum diuidendum, qui est necessario maior, superiore loco constitue, & sub eo diuisorem, notis sinistris sibi respondentibus, contra quæm factum est in præcedentibus operationibus. Exempli causa, si diuidenda sint 78, per 6. diuisor 6 non sub 8 sed sub 7 primo collocabitur hoc modo, 78 (

Quod si applicando 6 diuisorem primæ notæ numeri diuidendi, desuper respondentes non constituerent numerum maiorem ipso diuisore, tunc diuisor non sub prima, sed sub secunda nota primum collocandus est

C

vt li

34 ARITHMET. PRACTICÆ
 vt si erunt diuidenda 216 per 6. ita stabit
 exemplum.

216 (

6

PRAXIS II.

Numeris rite positis aduerte quoties
 diuisor contineatur in notis sibi super-
 positis, & quociens continebitur tantum
 numerum, colloca post virgulam cur-
 uam qui locus est Quotientis. Numquã
 autem diuisor in numero superposito
 continebitur plusquam nouies, ac prop-
 terea Quotiens numquam erit ponē-
 dus maior quam 9. Deinde per Quotiē-
 tem multiplica diuisoris singulas notas
 (si plures fuerint) & productum subtra-
 he ex notis numeri diuidendi quæ sunt
 supra diuisorem, residuoq; supra easdem
 notas diuidendi numeri annotato trans-
 uersa linea confige tam diuisorem quam
 notas supra positas. Vt in exemplo alla-
 to, primum quæro, quoties 6 in 21 inue-
 nio esse ter, pono ergo 3 in
 quotiēte post lineolam cur-
 uam. multiplico deinde 6 per
 3 & fiunt 18, (quæ vel mente

3
 216 (3
 6
 18 A

reti-

retineo, vel scribo sub 21 vbi A) quibus subtractis ex 21 manent 3 annotanda supra 1, & confixis notis circa quas fuit operatio, peracta est diuisoris prima applicatio. Quatuor hæ operationes usurpandæ in diuisione continentur ordine in hoc versu.

Quere quotum, quo multiplices, dein subtrahere, dele.

Examen post singulas applicationes diuisoris.

Si inter operandum post factam multiplicationem diuisoris per Quotientem non possit fieri subtractio, nimis magnus Quotiens est acceptus, & iteranda operatio. Vt si in exemplo superiore sumpsissem 4 pro Quotiente, multiplicando 4 in 6 fierent 24, quæ ex 21 detrahi nequeunt. Alius ergo minor Quotiens assumendus est, nimirum 3.

Si autem post factam subtractionem maneret supra diuisorem maior numerus ipso diuisore, scias sumptum esse Quotientem iusto minorem; qui error si contingeret, diuisor quoties poterit subtra-

debebit

hi ex eo quod remāsit, & quoties subtra-
 hetur totidem vnitatibus augendus erit
 Quotiens: vt si eodem exemplo sump-
 sissem 2 pro Quotiente, operatio pro-
 cessisset vt vides; & supra diuisorem mā-
 sissent 9, qui numerus maior est ipso di-
 uisore 6, quia ergo ex 9 potest
 semel extrahi 6, Quotiens 2,
 in; debet commutari, & ex 9
 subtractis semel 6 manebunt
 3; eritq; correctus error.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 9 \\ 2 \times 6 \quad (\quad 2 \quad) \\ 6 \end{array}$$

P R A X I S III.

Peracta & examinata prima applica-
 tione, promoueatur diuisor vnâ notâ
 versus dextram, quæratur Quotiens, fiat
 multiplicatio, subtractio, confixio nota-
 rum vt prius: quo eodem modo proce-
 detur ad cæteras omnes applicationes si
 plures erunt necessariae, donec diuisor
 vltimę notę numeri diuidendi fuerit ap-
 plicatus. Vt in exemplo supra adducto,
 promoueo diuisorē, & quæro quoties 6
 in 36 quæ superstāt; inuenio autē conti-
 neri sexies, erit ergo Quotiens huius ap-
 plicationis 6 quod adscribatur priori Quo-

Quotienti. Deinde per Quotientem 6 multiplico diuisorem 6, & fiunt 36 quæ subtracta ex 36 superpositis nihil relinquunt; configo igitur omnes notas, & manet Quotiens 36, qui indicat diuisorem 6 contineri trigiesies sexies in numero diuidendo 216. atque adeo si fuissent 216 aurei in 6 milites partiendi, vnique militi obtingerent 36 aurei.

$$\begin{array}{r} 36 \\ 6 \overline{) 216} \end{array}$$

Quod si post vltimam applicationem maneret aliquid supra diuisorem, id iuxta Quotiētem ponetur supra lineolam, infra vero collocabitur diuisor, vt fiat numerus fractus. Exempli gratia, si fuissent diuidendi 215 aurei in sex illos milites, prima applicatio eodem quo prius modo processisset; in secunda vero sumendus esset Quotiens 5, deinde multiplicando 6 in 5 fiunt 30, quæ subtracta ex 35 relinquunt 5, ponatur ergo 5 supra lineolam, & infra diuisor 6, eritque numerus fractus de quo dicitur capite 8.

$$\begin{array}{r} 35 \frac{5}{6} \\ 6 \overline{) 215} \end{array}$$

Cum diuisor pluribus notis constabit eadem erit operandi methodus, nisi quod maior quædam cautio adhibenda est in deligendo Quotiente, & ratio habenda non tantum vnius notæ in diuisore, sed etiam sequentium, cum quærimus quoties diuisor in diuidendo contineatur. Exempli causa, si sint diuidenda 20108 per 135. Collocato diuisore sub diuidendo, possem quidem primam notam diuisoris habere bis in nota superposita, & sumere pro Quotiente 2, nisi per Quotientem 2 totus diuisor esset multiplicandus. Possẽ ergo multiplicare 2 in 1, & subtrahere ex 2 quæ superstant; sed cum deberem multiplicare 2 in 5, & in 3 eorum producta ex notis superpositis non possent subtrahi. Quare non possum sumere Quotientem 2 vt permittit primam notam, sed habenda ratio sequentium, quæ non permittunt me sumere plusquam 1 pro Quotiente. Sumo ergo 1 pro Quotiente & pergo, ac dico; 1 in 5 sunt 5, quæ ex 1 superposito subtrahi nõ pos-

sunt: traho igitur a 10 & manent 5 quibus
adiecto 1 fiunt 6 superscribenda: & quia
assumpsi mutua 10, debeo vnitatem de-
trahere ex nota sequenti quæ est 0; quia
ergo a cyfra non possum,

6

rursus traho ex 10 & ma-

x96

nent 9 superscribenda: sed

x0x08 (1

nota sequens 2 propter as-

x3x

sumpta 10 fit 1. Deinde pergo; 1 in 3 sunt

3 quæ subtracta ex 9 relinquunt 6; deni-

que 1 in 1 est 1, & subtractum ex 1 nihil re-

linquit; manent ergo 66 post primam

applicationem absolutam. Posset etiam

procedi hoc modo breuius, 1 in 5 sunt 5,

quæ sublata ex 10 relinquunt 5, & addito

1, fiunt 6 superscribenda; 1 in 3 sunt 3, &

propter assumpta 10 sunt 4, quæ ex cyfra

tollinequeunt, traho ergo

a 10 & manent 6: denique

1 in 1 est 1, sed propter as-

sumpta 10 fiunt 2, quæ ex 2

nihil relinquunt. Vides ergo iterum mā-

sisse 66. vt prius.

Hęc methodus posterior facit subtra-
ctionem iuxta posteriorem partem pra-
xis 3 cap. 3. vbi propterea monuimus hanc

C 4

viam

viam sæpe esse expeditiorem, etsi plus aliquid attentionis requirit. Promoueo ergo diuisorem vnâ notâ, hoc est, vt vltima eius nota, quæ est in nostro exemplo est 5, promoueatur ad notam vltiorem quæ est in exemplo cyfra, reliquæ vero scribentur sub notis prima operatione confixis. Promoto inquam sic diuisore, quæro quoties diuisor contineatur in notis superpositis, quæ in exemplo sunt 660, aduertoq; contineri quater. Sumo ergo pro quotiente 4 & dico, 4 in 5 sunt 20, cyfra a cyfra nihil aufert, 2 a 6 relinquunt 4, 1 a 6 relinquunt 5. Amplius 4 in 3 sunt 12, duo a 4 relinquunt 2, 1 a 6 relinquunt 5. Deniq; 4 in 1 sunt 4, quæ a 5 relinquunt, & sic absoluta manet secunda applicatio post quâ manent 12 supra diuisorem.

Venio ad tertiam applicationem, & quæro quoties 135 in 1208 quæ superstât, aduertoq; contineri octies, sumo ergo pro Quotiente huius applicationis 8 & pergo. 8 in 5 sunt 40, cyfra ex 8 nihil tollit

lit, 4 ex cyfra nō pos-
sum, traho igitur ex
10 & manent 6, vnde
propter assumpta 10,
nota 2 quæ sequitur
fit 1. Deinde 8 in 3 sūt
24, 4 ex 6 relinquunt
2, 2 ex 1 non possum,
traho ex 10 & manent

1
9
x
x2
x42
666
20108 (148 $\frac{128}{135}$
x3555
x33
x

8, quibus addēdo 1 fiunt 9, & propter assū-
pta 10, nota 1 quæ sequitur est delenda.
Denique 8 in 1 sunt 8 quæ ex 9 relinquūt
1. Sicq; peracta est vltima applicatio post
quā manent 128 supra diuisorē, quæ scri-
benda sunt supra lineolam, vt supposito
diuisore fiat numerus fractus, quemad-
modum vides in exemplo.

P R A X I S V.

Si facta aliqua promotione diuisoris
supra diuisorem positæ notæ ne semel
quidem contineant diuisorem, in quo-
tiente ponatur cyfra, & longius diuisor
promoueatur, nulla nota in diuidendo
expuncta. Verbi causa, si sint diuidenda
5039 per 24 postquam facta applicatio-
ne secunda inuenio tantum supra diui-
forem

forem 23, quæ ne semel
quidem continet diui-
forem, pono in Quotiē-
te cyfram, & promo-
ueo diuisorem, reliquaque perficio iux-
ta ante dicta.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5039 \text{ (20} \\ 244 \\ 2 \end{array}$$

Quod si ea applicatio esset vltima in
qua supra diuisorem inuenitur minus
ipso diuisore, ponatur
vltimo loco in quotien-
te cyfra, & notæ in di-
uidendo relictæ collo-
cabuntur vt supra dictum est in superio-
re parte numeri fracti quod vides in e-
xemplo.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 694 \text{ (20} \frac{1}{4} \\ 344 \\ 3 \end{array}$$

PRAXIS VI.

Si vna vel plures cyfræ fuerint in fine
diuisoris, auferentur; tollenturque toti-
dem notæ postremæ ex diuidendo, &
inter remanentes notas peragetur diui-
sio. Notæ autem ablatæ ex diuidendo ad-
dentur ad eas quæ forte manserint pro
numero fracto: aut si nihil mansisset, so-
læ ponentur in superiore parte numeri
fracti; cyfræ quoque ablatæ diuisori con-
stituen-

stituentur, cum quibus de more collocabitur pro inferiori parte numeri fracti. Exempla vides hic subiecta in quibus

$$\begin{array}{r} 12 \\ 7749 \overline{) 25 \frac{242}{300}} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 9266 \overline{) 23 \frac{46}{400}} \\ 4 \end{array}$$

notæ cum subtenfis lineis auferendæ sunt ante diuisionem.

PRAXIS VII.

Si diuisor sit vnitas cum vna vel pluribus cyfris, totidem primæ notæ numeri diuidēdi erunt Quotiens quot sunt notæ in diuifore, reliquæ vero ponentur in superiori parte numeri fracti, vt factum vides in exemplo.

$$\begin{array}{r} 42591 \overline{) 425 \frac{91}{100}} \\ 100 \end{array}$$

PRAXIS VIII.

Si fuerint cyfræ in fine numeri diuidendi, & antequam applicari possit diuifor ad omnes cyfras nulla remaneat nota significatiua, cyfræ remanentes addantur ad Quotiētem, vt videre est in exemplo, in quo cyfræ

$$\begin{array}{r} x6 \\ 36000 \overline{) 2400} \\ 155 \\ x \end{array}$$

linea

44 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
linea subducta notatæ adiectæ sunt quo-
tienti.

PRAXIS IX.

Diuisio minoris numeri per maiorem.

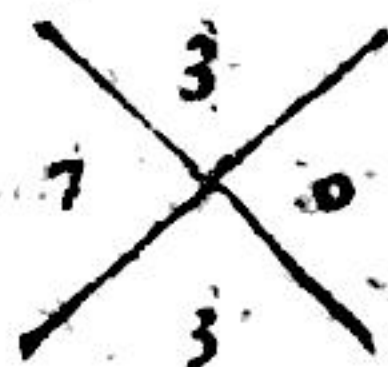
Si quando detur numerus minor per maiorem diuidendus, facienda est fractio, in qua diuidendus supra lineolam, & diuisor infra collocetur: nam hic numerus fractus erit quotiens propositæ diuisionis. vt si sint diuidenda 4 per 8 quotiens erit $\frac{4}{8}$; si 9 per 100 quotiens erit $\frac{9}{100}$ de quorum valore dicemus capi. 8.

quod ergo post diuisionem adiungitur plerumque quotienti, non est aliud quàm diuisio minoris numeri per maiorem.

EXAMEN I.

Reijce 9 ex diuisore, & residuum nota in sinistro crucis latere; reijce item ex quotiente, & hoc residuum cum priore multiplica, producto iunge notas quæ superfuerunt, & ex ijs aufer etiam 9; quodque supererit scribe in superiore parte crucis. Denique etiam ex numero diuidendo abijce 9. & reliquam in inferiore

2
6
891
696 (27 $\frac{2}{3}$
288
2



27
25
135
54
21
696

feriore parte crucis adscribe, quod si cū superiore consentit recta fuit diuisio. Exemplum hic vides.

EXAMEN II.

Multiplica inter se diuisorem & quotientem, & productis partialibus iunge notas relictas ex diuidendo, si quæ superfuerunt omnia deinde per additionē collige, & prodibit numerus diuidendus si recta fuit operatio. Quod obseruare est supra; in quo exemplo notæ 21 sunt ex diuidendo relictæ.

Quid faciendum cum numero ex diuisione relicto.

Dicemus quidem accurate de numero fracto cap. 8. quia tamen multi fractiones refugiunt vt scopulos quosdam, vano

vano difficultatum metu exterriti; lubet hoc loco ostendere quomodo sine fractionibus reliquum illud diuisionis possit perfici. Numerus ergo integrorum qui relinquitur post diuisionem, per minorem aliquam mensuram est multiplicandus, & producto applicandus diuisor, prodibit enim numerus partium, qui singulis vnitatibus diuisoris competit. Vt in exemplo examinis, fac 696 florenos in 25 pauperes esse diuidendos; obuenient singulis 27 floreni, & supererunt floreni 21 diuidendi in eisdem pauperes. Cum ergo in vnoquoque floreno contineantur 20 asses, multiplicentur floreni 21 per 20 asses, fientque 420 asses, quos diuido per 25, & fit quotiens 16 $\frac{20}{25}$ debent ergo dari singulis pauperibus 16 asses præter 27 florenos. Et quia ex posteriore diuisione manserunt 20 asses non diuisi, multiplico 20 asses per numerum denariorum qui in asse continentur nimirum per 24, & fiunt 480 denarij. Hos diuido rursus per 25 fit Quotiens 19 $\frac{10}{25}$ quare præter florenos

nos

nōs & asses debentur insuper singulis pauperibus 10 denarij , & supersunt quinque denarij quos non est operæpretium in 25 diuidere . Simili modo procedetur in aliis mensuræ generibus . Vt, si erat ager viritim diuidendus in eodem illo exemplo, & manserint 21 perticę non diuisę, pertica diuidetur in pedes , pes in palmos , palmus in digitos, & minoribus mensuris applicabitur diuisor, vt iam fecimus.

*De Diuisione per mobilem tabulam
Pythagoricam*

C A P V T VII.

MVLTRO facilior est diuisio per lamellas tabulę Pythagoricę, quantum beneficio certius inuenitur Quotiens, in quo fere momentum bonę diuisionis est positum , & error si quis contigerit, facilius aduertitur & emendatur.

P R A X I S

Diuisorem colloca in supremo ordine laminarum, & sub eo descende donec occurrat numerus maior illo quam continent notæ numeri diuidendi quibus applicatus est diuisor; nam quotus erit ordo proximè præcedens, tantus erit sumendus quotiens. Quod si sub diuisore nullus inueniretur numerus diuidendus maior quotiens est \varnothing . Numerus autem qui in ordine quotientis est descriptus collocandus erit sub notis diuidendi numeri, & ab ijsdem de more subtrahendus, residuumque superscribendum sine vlla notarum confixione; neque etiam opus erit diuisorem delere, facile enim mente intelliges diuisorem promoueri à puncto subscripto, signabis notam numeri diuidendi ad quam diuisio peruenit. Tota res exemplo fiet manifesta, sint diuidendi 945738 Philippici in 317 milites, laminas ABC continētes in vertice diuisorem 317 , vt hic vides collocatas in angulo EFG quem parari supra iussimus. Deinde descendo in laminis
sub

E A B C

I	3	1	7
II	6	2	4
III	9	3	1
IV	2	4	8
V	5	5	5
VI	8	6	2
VII	1	7	9
VIII	4	8	6
IX	7	9	3

F G

subdiuifore, quæres
numerum qui pri-
mus occurret ma-
ior quam 945, qui-
bus notis primo di-
uifor applicatur; in-
uenio autem maio-
rem in III ordine;
quotiens ergo est
ordo proxime præ-
cedens, quare fumo
2 pro quotiente; &
fcribo numerum in
illa ferie I inuentũ,

sub notis numeri di-
uidendi, à quibus subtractione facta
remanent 3117 de super annotanda. Intel-
ligo deinde promotum esse diuiforem
vsque ad 7, cui punctum est suppositum,
& quæro in laminis numerum maiorem
quam 3117 & nullum inuenio. Quotiens
ergo est 9 & hic vltimus ordo est scriben-
dus subtrahendusque a diuidendo, qua
subtractione facta, residuum 264 supra
notabitur, in quo diligenter aduerteret vt
notæ notis directe & distincte superpo-

D nantur

nantur ne pariatur confusio. Amplius intelligo diuisorem promotum sub 3 & quæro numerum maiorem quam 2643 & inuenio in IX ordine. quotiens ergo est 8, cuius ordinis numerum tollo ex diuidendo, & remanent 107. Demum promouetur diuisor sub 8, & quæro numerum maiorem quam 1078 inuenioque in IV ordine: Quoties ergo est 3, cuius numerum transcribo; factaq; subtractione remanent 127 pro numero fracto, & peracta est diuisio.

Possunt etiam si ita videbitur notæ numeri diuidendi expungi; quando cum illis absoluitur diuisio, vt fit in vsitata diuidendi ratione, sed eo modo quem præiimus, melius distinguuntur singulæ operationes & sicubi error obrepisset deprehenderetur facilius. Quinimmo etiam in vulgata diuidendi forma magis probam

$$\begin{array}{r}
 127 \\
 \hline
 107 \\
 264 \\
 311 \\
 945738 \text{ (} 2983 \text{) } \frac{127}{317} \\
 317 \dots \\
 \hline
 634 \\
 2853 \\
 2536 \\
 951 \\
 127 \text{ Examen} \\
 \hline
 945738
 \end{array}$$

barim tyrones prius exerceri nullis notis cōfixis, vt suos errores aduertere, & corrigere possint expeditius.

E X A M E N

Habet insuper id commodi hæc diuidenti ratio quod examen per multiplicationem expeditissime perfici potest. Nam si notę aliquæ māserunt diuisione peracta, eæ scribentur sub notis in vltima applicatione subtractis, & numeri omnes subtracti colligentur per additionē, redibitq; in summa numerus diuidēdus, si nō est erratū. Verbi caussa in exemplo superiore scribo 127 quæ remanserant, sub 951 & colligo in vnam summam omnes numeros subtractos inter operandū, reditque numerus diuidendus, quare legitime peracta est diuisio.

Obseruabis autem cum primus quotiens est 1, tunc ipsum etiam diuisorem debere colligi cum cæteris numeris subtractis: nam tunc ipse diuisor est vnus numerorum subtractorum. Cum vero primus quotiens non est 1, diuisor non erit cum cæteris in probatione colligendas,

52 ARITHME. PRACTICÆ
dus, ideoque in nostro exemplo diuisor
ab additione examinis est exclusus du-
ctâ lineâ.

De numero fracto.

CAPVT VIII.

NUMERVS fractus, Minutia, seu
fractio est numerus denotans par-
tes aliquot cuiuspiam integri. Vt vna se-
cunda assis, est dimidiatus assis; tres quar-
te assis sunt tres Quadrantes &c.

Sunt autem duo numeri in fractione,
quorum vnus scribitur supra, alter infra
lineolam hoc modo $\frac{1}{2}$. Superior dicitur
Numerator, quia numerat quot partes
sumptæ sint ex integro. Inferior dicitur
Denominator quia denominat & indi-
cat quales partes sumptæ sint ex integro.
Vt minutia allata $\frac{1}{2}$ est vna secunda; hæc
vero $\frac{3}{4}$ est tres quartæ &c.

Quod ergo remanet post diuisionem
& iuxta Quotientem adscribitur, est nu-
merus fractus. Nam quia notæ remanē-
tes non potuerunt vltcrius per diuisorē
diuidi, faciunt numerum fractum cum
diuifore, sinque notæ remanentes pro
nu-

numeratore & diuisor est loco denominatoris. Vt ex diuisione capitis 7 māsit numerus fractus $\frac{123}{317}$ hoc est, centum viginti septem, trecentefimæ decimæ septimæ partes vnus Philippici.

Æstimatio numeri fracti.

Quando in fractione æquales sunt numerator & denominator, ea fractio vni integro æquale, vt $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$ vnus assis æquivalent assi integro.

Cum vero numerator denominatore maior est, tunc minutia plus est quam vnum integrum, vt $\frac{3}{2}$ sunt assis cum dimidio.

Cum denique numerator denominatore est minor, tunc fractio minus est quam integrum, vt $\frac{3}{4}$ assis sunt tres quadrantes.

Hinc colligere licet numerum fractum, residuum ex diuisione semper esse minus quam vnum integrum: nam in ea fractione diuisor est loco denominatoris, & notæ ex diuisore remanentes sunt numerator. Iam vero notæ remanentes minorem semper numerum continent quam diuisor; quandoquidem in bona diuisione

ne semper debet remanere numerus minor supra diuisorem, quam sit ipse diuisor. Semper ergo in hac fractione numerator est minor denominatore, ac proinde minus valet minutia quam vnum integrum.

Sic in diuisione capitis 7 manent $\frac{127}{317}$.

Debentur ergo militibus singulis præter Philippicos 2983 integros, debentur inquam præterea singulis $\frac{127}{317}$ vnius aurei, hoc est minus quàm dimidius Philippicus; accuratius enim fractionem æstimare mox docebimus.

Æquivalentia numerorum fractionum.

Æquivalentes Minutiæ sunt omnes illæ quorum numeratores eandem habent proportionem ad suos denominatores. vt $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ sunt æquivalentes, quia in omnibus numerator est dimidium sui denominatoris.

Præterea quocunque numero multiplices aut diuidas vtramque partem fractionis hoc est tam denominatorem quàm numeratorem semper prodibit minutia æquivalens. Vt si minutiam $\frac{1}{6}$ multiplices per 2 procreabitur minutia æquivalens

lens $\frac{1}{2}$ Item si eandem fractionem diuidas per 2 exhibit minutia æquualēs $\frac{3}{4}$ Ratio est, quod vtroque fractionis membro per eundem numerum multiplicato vel diuiso semper redeunt duo alij numeri eodem modo inter se proportionati sicut priores; quare ex ijs constituitur minutia priori æquualens, iuxta 15. 5. Eucl.

P R A X I S I.

Reductio fractionis ad minores terminos.

Quia diximus per multiplicationem & diuisionem vtriusque partis numeri fracti, produci etiam fractionem æquualentem, oblata difficili fractione, querendus erit numerus qui perfecte tam numeratorem quam denominatorem diuidat, isque numerus dici solet Communis mensura: beneficio ergo huius numeri seu mensuræ communis, fractio reducetur ad aliam æquualentem minoribus numeris expressam, in quibus proinde facilius estimabitur valor datæ minutiae. Inuenietur autem hoc modo communis mensura cuiusuis fractionis. Maior numerus per minorem diuida-

D 4 tur

tur, & si quid manserit per hoc diuidatur numerus minor, qui ante erat diuisor; & si rursus aliquid superfuerit, per id ipsum diuidatur diuisor secundæ diuisionis, & per reliquum tertiæ diuisor tertiæ, donec fiat diuisio quæ nihil relinquat, nam perfectæ huius diuisionis diuisor, erit cõmunis mēsurā propositæ fractionis; per quem si diuidatur tam numerator quam denominator, prodibit fractio æquiualens, minimis terminis, quibus comprehendere potest, expressa. Verbi causa datur minutia $\frac{32}{48}$ quam uelim redigere ad minimos terminos.

$$\begin{array}{r} 16 \qquad 0 \\ 48 \overline{) 32} \quad 1 \quad 32 \overline{) 2} \quad \frac{32}{48} \text{ per } 16. \quad \frac{2}{3} \\ 32 \qquad 16 \end{array}$$

Diuido ergo 48 per 32 & manent 16, deinde per hoc residuum diuido diuisorem primæ diuisionis, scilicet 32, & nihil manet. Est ergo diuisor huius secundæ diuisionis nimirum 16, communis mēsurā datæ minutia; ideoque diuido numeratorem 32 per 16 & prodit numerator nouæ minutia 2. Similiterque diuiso denominatore 48, per 16 prodit 3 deno-
mina-

minator minutie æquivalentis. Est ergo
 $\frac{1}{3}$ minutia, priori $\frac{3}{48}$ æquivalens.

Quod si inter quærendum communẽ
 mensuram non possit deueniri ad diui-
 sionem perfectam, quæ nihil relinquat
 (cuius signum erit si ex aliqua diuisione
 maneat 1,) tũc frustra queritur commu-
 nis mensura quæ nulla dari potest, & nu-
 meri fractionis illius erunt ex ijs, quos A-
 rithmetici nominant numeros inter se
 primos; qui nullam admittunt commu-
 nem mensuram. Vt dum tento reduce-
 re ad minores numeros fractionem ca-
 pitis septimi, quæ est $\frac{1}{7}$ diuido 317 per
 127, & manent 63, per quæ diuido 127 &
 manet 1: nulla ergo est mensura com-
 munis istorum numerorum 127, 317; sed
 sunt inter se primi, neque minutia ex il-
 lis constans ad faciliorem reduci po-
 test.

Fit etiam nonnumquam vt quamuis
 inueniatur communis mensura, ea tamẽ
 tam sit exigua vt fractio æquivalens per
 illam producta, non multo sit priore fa-
 ciliior. Exempli causa istius fractionis
 $\frac{1}{7}$ post multas diuisiones inuenio cõmu-
 nem

58 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
nem mensuram 3 per quam produco mi-
nutiam equiualentem $\frac{4}{100}$. cuius valorem
difficile adhuc sit comprehendere. His
ergo molestijs vt eatur obuiam alia arte
erit vtendum, vt sequitur.

PRAXIS II.

*Reductio fractionum ad partes decimas cen-
tesimas, millesimas &c.*

Commodissimæ sunt fractiones in
quibus denominator est 10, 100, aut al-
lius numerus qui ab his in decupla est
proportione: nã & faciliores sũt æstima-
tione illæ minutia, & additiones, multi-
plicationes, diuisiones harũ inter se, &
cum integris, fractionũ sunt expeditissi-
mæ. Data ergo fractio quælibet sic redi-
getur ad partes decimas &c. Ad numera-
torẽ addatur vna aut plures si opus fuerit
cyfræ: si enim vis partes decimas, vnica
cyfra sufficiet. si cẽtesimas, duabus opus
erit &c. Deinde numerator sic auctus
diuidatur per denominatorem; nam pri-
mus Quotiens qui signabitur litera D,
indicabit partes decimas, secundus C,
cente-

centesimas, tertius M, millesimas, quartus DM, decies millesimas &c. quæ omnes simul sumptæ æquiualebunt datæ minutia. Vt in exemplo sæpius adducto, manserunt $\frac{127}{317}$ vnius Philippici. Applico ergo Numeratori tres cyfras, quæ deinde diuido per denominatorem, & prodit pro primo quotiente 4; continentur ergo in data fractione quatuor decimæ vnius Philippici, qui cum sit 50 assium, vna pars eius decima erit 5 asses, quatuor ergo decimæ sunt 20 asses. Deinde pro secundo Quotiente prodit 0: quod ergo amplius superest non est pars centesima Philippici siue dimidius assis. Iterum vero si promoueam

diuisorem Quotiēs
est 0 vnde quod superest
non est pars
millesima Philippi-

$$\begin{array}{r}
 * 2 \\
 227 \overline{) 000} \quad \text{DCM} \\
 \underline{38777} \quad \quad 400 \\
 \quad \quad \quad 388 \\
 \quad \quad \quad 3
 \end{array}$$

ci quæ proinde negligi potest; dabuntur ergo singulis militibus 20 asses præter Philippicos integros, & reliquum negligetur; nam non supersunt nisi 10 asses in 317 diuidendi.

Præ-

PRAXIS III.

Reductio diuersarum fractionum ad eandem denominationem.

Datis duabus minutijs ad eundem denominatorem reducendis, multiplicentur denominatores inter se & prodibit communis denominator; numerator vero vnius multiplicetur per denominatorem alterius, & prodibunt numeratores minutiarum, ad communem denominationem reductarum. Vt datis minutijs $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ multiplico 3 in 5 & fiunt 15 communis denominator. Deinde duco 2 in 5 & fiunt 10 & 4 in 3 quæ fiunt 12. His ergo numeratoribus 10 & 12 si supponatur communis denominator 15, existent minutie reductæ ad eandem denominationem $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$, quarum prior priori datæ, posterior posteriori, æquiualeat. Iam vero collectis in vnum numeratoribus 10 & 12 vt sint 22, si supponatur denominator communis fiet minutia $\frac{22}{15}$ æquiualens vtrique simul sumptæ.

Quod si dentur tres aut plures diuersæ minutie reducuntur primum duæ ex illis

illis ad eundem denominatorem & productæ æquivalentes colligentur in vnâ; deinde vero tertia reducetur ad eandem denominationem, cum hac conflata ex duabus præcedentibus; eodemque modo pergetur ad quartam, & alias si plures essent. Vt si dentur tres minutia $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$ reducentur duæ priores ad eandem denominationem & prodibit minutia $\frac{22}{15}$ æquualēs vtriq; vt iam modo docuimus. Reducantur ergo ad eandem denominationem $\frac{22}{15}$ & $\frac{6}{7}$ prodibuntq; æquivalentes $\frac{154}{105}$ & $\frac{90}{105}$ quarum collectis numeratoribus fiet minutia $\frac{244}{105}$ æquualens tribus simul minutijs datis; eamque si fieri poterit reducēs ad minores terminos per praxim 1.

Quod si etiam scire voles quot partes huius communis denominationis 105 contineat prima minutia, & secunda solitarie sumptę diuide 105 per denominatorem alterutrius & Quotientem multiplica per eiusdem numeratorem sic enim prodibit numerator fractionis æquivalentis . Vt 105 diuido per 3 & fit quotiens 35, qui multiplicatus
per

per 2 dat 70 numeratorem minutiarum $\frac{70}{105}$ æquivalentis primæ quæ erat $\frac{2}{3}$. Subtrahito deinde numeratore 70 ex 154 numeratore utriusque simul sumptæ, manent 84 pro numeratore minutiarum $\frac{84}{105}$ quæ æquivalet secundæ datæ. Habes ergo tres minutias separatas $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{20}{105}$ quæ æquivalent totidem datis $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$, & huic conflata ex omnibus $\frac{244}{105}$.

P R A X I S IV.

Reductio integrorum ad datam fractionem.

Numerus integrorum multiplicetur per denominatorem datæ fractionis & prodibit numerator minutiarum, ad quam integra sunt reducta; cui supponetur pro denominatore idem qui erat denominator datæ minutiarum. Ut si 4 integra ad partes quintas redigenda sint, multiplicabitur 4 per 5 & fient 20, cui si supponas 5 pro denominatore prodibit minutia $\frac{20}{5}$ æquivalens 4 integris.

•••••

P R A -

P R A X I S V.

Reductio fractionis ad integra.

Si fractio maior sit vno integro, reduci potest ad integra hoc modo. Numerator per denominatorem diuidatur & Quotiens erit numerus integrorum in fractione contentus: vt minutia $\frac{20}{6}$ reducetur ad integra diuidendo 20 per 6, prodibunt enim 3 integra cum $\frac{2}{3}$ seu $\frac{1}{1.5}$.

De Additione & reliquis circa fractionem operationibus.

C A P V T I X.

P R A X I S I.

Additio fractionum.

SI fractiones sint eiusdem denominationis collectis in vnum numeratoribus, & supposito eodem denominatore perfecta est additio, vt $\frac{2}{3} + \frac{4}{3}$ sunt $\frac{6}{3}$.

Quod si proponantur fractiones diuersæ denominationis, reducetur prius ad eandem per praxim 4 cap. præc. & fiet additio vt iam dictum est.

Examen fit per subtractionem vt in integris numeris.

Præ-

Subtractio fractionum.

IN fractionibus eiusdem denominationis subtrahatur minor numerator ex maiore, & peracta erit operatio. Vt $\frac{3}{4}$ subtractæ ex $\frac{4}{4}$ relinquunt $\frac{1}{4}$.

Quod si dentur fractiones diuersæ denominationis, eę prius ad communem rediguntur.

Si numerus integer cum addita fractione, aut solus integer numerus subtrahendus sit ex minutia, prius erit reuocandus ad fractionem eiusdem denominationis cum ea, ex qua fieri debet subtractio. vt si sint subtrahenda $2\frac{3}{4}$ ex $\frac{20}{6}$, numerus 2 redigatur in fractionem $\frac{8}{4}$ & additis tribus sunt $\frac{11}{4}$ quæ redigantur ad eundem denominatorem cum $\frac{20}{6}$, & postmodum fiat subtractio.

Si fractio ex numero integro subtrahenda sit quæ maior sit vno integro, reducatur ad integra, cum vero fractio minor est vno integro vnitas aliquæ numeri ex quo facienda est subtractio resolua-
tur in fractionem, & fiat postea subtractio

Etio. Vt si sint subtrahendæ $\frac{1}{3}$ ex 8 fractio reducetur ad integra $3 \frac{1}{3}$: detractis ergo 3 ex 8, manet 5, minutia deinde $\frac{1}{3}$ auferatur ex 1 resoluta in partes tertias, hoc est, ex $\frac{2}{3}$ tollatur $\frac{1}{3}$ & manebunt $\frac{1}{3}$, hæc vero vnitas ex qua posterior subtractio facta, auferenda est ex 5. Quare si ex 8 auferantur 1^o seu $3 \frac{1}{3}$ manebunt $4 \frac{2}{3}$.

Examen per additionem fiet vt in integris.

P R A X I S III.

Multiplicatio fractionum.

Multiplicentur inter se tam numeratores, quam denominatores, nam producti numeri erunt numerator & denominator fractionis per multiplicationē productæ. vt si dentur multiplicandæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ prodibit $\frac{8}{15}$: nam 2 in 4 sunt 8 pro numeratore, & 3 in 5 sunt 15 pro denominatore.

Quando integra cum adiuncta fractione sunt per fractionem multiplicanda, ea ad fractionem adherentē reducantur. Quando autem solus numerus integer per fractionem est multiplicandus,

E

tunc

tunc numero integro supponatur unitas, ut fiat quasi fractio, & multiplicatio procedet ut prius dictum est. Ut si sint multiplicanda 6 per $\frac{2}{3}$ sic stabit exemplum $\frac{6}{1}$ per $\frac{2}{3}$, & iuxta praximiam dictam prodibunt $\frac{12}{3}$ hoc est 4 integra.

Nèque mirère quod ex multiplicatione per minutiam prodeat minor numerus quam id quod fuerat multiplicandū, ut quod ex 6 in $\frac{2}{3}$ prodeant $\frac{12}{3}$ seu 4 integra, quæ sunt minus quam multiplicandus 6; id enim necesse est euenire quoties fit multiplicatio per fractionem, quæ vno integro minor est. Nam si 6 multiplicentur per 1, productum esset 6, quando ergo 6 multiplicantur per $\frac{2}{3}$, quæ sunt minus quam 1, necesse est ut productum sit minus quam 6. Quod si fractio multiplicans maior esset vno integro, tunc etiam prodibit numerus maior eo quo multiplicatur ut 6 multiplicata per $\frac{4}{3}$ sūt $\frac{24}{3}$ hoc est 8 integra.

PRAXIS IV.

Diuisio fractionum.

Expeditius fiet diuisio minutiarum si
ad

ad multiplicationē reducatur hoc modo. Commutentur termini diuisoris, hoc est Numerator fiat denominator & contra. Nam tunc si fiat multiplicatio vt docuimus praxi præc. absoluta est diuisio.

Vt si sint diuidendæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$ ex diuisore commutatis terminis fiet minutia $\frac{9}{4}$, deinde operando iuxta præcedentem praxim 2 in 9 sunt 18, & 3 in 4 sunt 12; si ergo diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$ Quotiens erit $\frac{18}{12}$

Examen fiet per multiplicationem.

Nequē rursus mirum videri debet, quod in diuisione fractionum Quotiens sit maior fractione diuidenda; id enim fieri necesse est, cum fractio diuidens minor est quam diuidenda; tunc enim pluries quam semel diuidens in diuusa continetur. Quare quotiens erit plusquam vnitas; siquidem Quotiens omnis indicare debet quoties diuisor in diuidendo contineatur.

P R A X I S VII.

Quando numeri integri aut soli, aut cum fractionibus occurrent in diuisione minutarum, reducuntur ad fractionem

68 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
 commodæ denominationis, vt apparet
 in varijs hisce exemplis.

Collocatio Quotiens:
 exempli.

I	6 per $\frac{3}{4}$	$\frac{6}{1} \frac{4}{3}$	$\frac{24}{3}$ seu 8.	Integra per fractionem.
II	4 per $2\frac{1}{3}$	$\frac{4}{1} \frac{3}{7}$	$\frac{12}{7}$ seu $1\frac{5}{7}$.	Integra per integra cum fractione.
III	$\frac{3}{4}$ per 2	$\frac{3}{4} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	Fractio per integra.
IV	$\frac{4}{5}$ per $3\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5} \frac{5}{17}$	$\frac{20}{85}$ seu $\frac{4}{17}$.	Fractio per integra cū fractione.
V	$5\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$	$\frac{17}{3} \frac{4}{3}$	$\frac{68}{9}$ seu $7\frac{5}{9}$.	Integra cum fractione, per fractionem.
VI	$2\frac{1}{3}$ per $3\frac{1}{4}$	$\frac{7}{3} \frac{4}{13}$	$\frac{28}{39}$	Integra cum fractione, per integra cū fractione
VII	$3\frac{2}{5}$ per 4	$\frac{17}{5} \frac{1}{4}$	$\frac{17}{20}$	Integra cum fractione, per integra.

In postremo exemplo si numerus in-
 tegro.

regorum diuidendus esset magnus, prius essent diuidenda integra per integra, & si quid maneat post diuisionem, hoc resoluetur in fractionem ei quæ adiungitur similem, & reliqua fient iuxta exempla posita. Vt si essent diuidenda $935\frac{2}{3}$ per 3 prius diuidatur 935 per 3 & erit Quotiens 311 manebuntque 2 post diuisionem, quæ resoluta in sextas, quæ adherent diuidendo; facient cum illis $\frac{14}{6}$. Has diuide per 3 & erit Quotiens $\frac{14}{18}$. Quare si $935\frac{2}{3}$ diuidantur per 3, totus Quotiens erit $311\frac{14}{18}$ seu $\frac{7}{2}$.

Eodem modo procedes si in penultimo exemplo numeri integrorum essent magni.

De fractionibus fractionum.

C A P V T X.

QUIA non solum integra in partes diuiduntur, sed etiam partes ipsæ in minores particulas; hinc non tantum fractiones, sed etiam fractiones fractionum sunt, seu minutia minutiarum. Dupliciter autem fractio secari potest. Primo vt vna tantum pars fractionis in minores particulas diuidatur; vt si ex duabus

E 3 bus.

bus tertijs vna diuidatur in duas secundas. Hęc dici posset *Fractio Partis*, in qua frangitur non tota fractio, sed eius pars vnica. Secundo si omnes simul partes fractionis diuidantur, vt cum dico vna secunda, duarum tertiarum & hęc dici deberet *Fractio Fractionis*. Differunt autē valore hę minutiarum fractiones, nam si aureus verbi causa assium 60 diuidatur in tertias partes seu florenos, & ex vna tertia seu floreno sumantur duę quintę, sūptierunt asses octo, & hęc erit *Fractio Partis*: at si sumantur duę quintę ex duabus tertijs vnus aurei accipiētur 16 asses, quę erit *Fractio totius Fractionis*.

Porro quamuis valore non parum discrepent hę fractiones modo tamen scribendi non differunt; quare ex subiecta materia discerni oportebit an fractio partis, an vero fractionis sit intelligenda. Rarior tamen est vsus fractionis qua tota fractio diuiditur, vnde apud Arithmeticos, plerūque fractio partis intelligenda est, nisi aliud indicetur, qualis solet remanere ex diuisione numeri integri cum fractione, per numerum integrum.

Sic

Sic vero solēt scribi fractiones fractionū, vt in prima tantū interseratur linea & inter fractiones reliquas punctum signetur hoc modo $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ quæ si sit fractio partis significat vnā secundam vnius è tribus quartis. Quod si esset fractio totius fractionis significaret vnā secundam trium quartarum. Hæc vero $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ si sumatur vt sectio partis est vna secunda, vnius è trib⁹ quartis sūptis ex vna quinque sextarū. Si vero sumatur vt fractio totius erit vna secūda triū quartarū ex 5 sextis.

Quando igitur siue fractio partis, siue fractio totius fractionis minutia adhæreſcit, priusquam vel additio vel alia operatio fiat circa minutiā illā, Fractio fractionis vel ad simplicē minutiam reduci debet, vel addi ad minutiā cuius est fractio quod vtrūq; mox docebimus; & primo quidem de fractione partis, & postmodū etiā de fractione totius fractionis.

P R A X I S I.

Reductio fractionis, quā pars Minutia diuiditur, ad fractionem simplicem.

Denominatores inter se multiplicentur, & prodibit denominator minutia

E 4 sim.

simplicis, numerator vero erit idem qui prius erat in prima parte fractionis. Vt si detur $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ hoc est vna secunda vnius è tribus quartis, multiplicetur 2 per 4 & fiet 8, cui superponas 1 & fiet minutia $\frac{1}{8}$ æquiualeus illi $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$.

Quod si fractio pluribus quam duobus membris constat; multiplica primum denominatorem in secundum, & productum ex his duobus duc in tertium, &c. donec venias ad vltimam partem fractionis, eritque vltimo productus numerus denominator minutia æquiualentis, cui addetur numerator idem qui prius. Vt hæc minutia $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ multiplicando 2 in 4 vt fiant 8 & 8 in 6, vt sint 48, reducetur ad hanc simplicem æquiualentem $\frac{1}{48}$.

PRAXIS II.

Additio eiusdem fractionis ad eam cuius pars diuiditur.

Hanc additionem alij Infectionem vocant, quæ sic peragitur. Denominatores inter se multiplica, vt prodeat denominator nouæ minutia: Numerator vero habebitur si denominator prioris minutia in nominatorem posterioris ducatur & pro-

& producto adijciatur numerator prioris minutiae. Vt si velis hanc fractionem $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ addere ad $\frac{3}{5}$ duc 3 in 5 & fiunt 15 pro denominatore. Deinde 3 in 4 sunt 12 & addito numeratore 2 fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo minutia $\frac{14}{15}$ æquivalens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$.

Quod si tribus aut pluribus membris constet fractio, duc duos denominatores primos inter se, & productum ex his in tertium denominatorem &c. & quod ultimo prodibit erit denominator nouæ minutie. Pro numeratore vero numerator ultimæ minutiae ducatur in denominatorem penultimæ, & producto addatur numerator eiusdem penultimæ, hoc deinde aggregatū ducatur in denominatorē antepenultimæ, & eiusdē numerator adijciatur numero producto; sicq; ultra pergatur si fuerint plura neutra quā tria; nam quod ultimo prodibit erit numerator minutiae quæsitæ. Vt si lubet hanc minutiam $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ hoc est vnam secundam vnius quartæ ex vna sexta, & vnam quartam vnius sextæ addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48 deno-

74 ARITHMETICA PRACTICA
 denominator nouæ minutia. Deinde 5
 in 4 sunt 20 & additis 3 fiunt 23, quæ du-
 ctæ in 2 sunt 46 quibus addito 1 fiunt de-
 nique 47 pro numeratore. Erit ergo mi-
 nutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis
 in vnum.

PRAXIS III.

*Reductio fractionis quâ tota fractio diuiditur
 ad simplicem minutiam.*

Multiplicentur inter se tam numera-
 tores quam denominatores; prodibunt
 enim numerator & denominator sim-
 plicis minutia æquiualentis. Vt si den-
 tur $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ hoc est duæ tertiæ trium quarta-
 rum, duc inter se numeratores 2 & 3 fiet
 6 numerator nouæ minutia. Similiter
 denominatores ducantur alter in alterũ
 & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ æquua-
 lens isti $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Quod si fractio fractionis constaret
 tribus aut pluribus membris, multipli-
 cabuntur numeratores duo inter se, &
 productum ducetur in tertium &c. vlti-
 mæ enim multiplicationis productum
 erit numerator nouæ minutia. Idem in
 deno-

denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ æquivalet isti $\frac{30}{72}$ seu $\frac{5}{12}$.

P R A X I S I V.

Additio eiusdem fractionis ad eam quæ diuiditur.

Denominatores inter se multiplicentur & habebitur denominator nouæ minutiae. Deinde numerator posterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter se; nam conflatum ex utroque erit numerator nouæ minutiae. Vt si detur minutia $\frac{2}{3}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator nouæ minutiae. deinde duces 4 in 3 & fient 12, itē 2 in 4 & fient 8 quod productum si addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore nouæ minutiae. erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquiualens istis simul sumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$.

Quod si minutia data haberet plura quam duo membra tenebis eandem multiplicandi methodum siue in denominatoribus siue in numeratoribus, incipiendo ab extremo mēbro, vt in simili aliquo-

aliquoties dictum est. Exempli causa si
 dentur $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}$ hoc est duæ tertiæ quatuor
 quintarum ex sex septimis, & quatuor
 quintę sex septimarū addende ad $\frac{6}{7}$; duc
 3 in 5 & erunt 15, item 15 in 7 & fient 105
 pro denominatore nouę minutia. Nunc
 vero pro numeratore, 6 in 5 sunt 30, & 4
 in sex sunt 24, quod si addideris priori
 producto 30. fient 54. Deinde 54 in 3
 sunt 162, quibus adde 2 in 4 seu 8, & 8 in
 6 seu 48, fietque numerus 210 numera-
 tor nouę minutia $\frac{210}{105}$ seu 2 integra. Si
 ergo duas tertiæ quatuor quintarum ex
 sex septimis, & quatuor quintas sex sep-
 timarum, addas ad sex septimas habebis
 duo integra.

De regula trium.

CAPVT II.

REGVLA trium est methodus qua
 ex tribus numeris cognitis elicitur
 quartus incognitus. Ab his ergo tribus
 numeris cognitis dicitur regula Trium.
 Dicitur etiam regula aurea, ob immen-
 sam utilitatem, Regula Proportionum
 quia versatur inter numeros proportio-
 nales.

nales. Docet enim datis tribus ordine numeris inuenire quartū, qui se habeat ad tertium, sicut secundus ad primum. Exempli gratia: Emit quispiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas sit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti; aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirū numerus vlnarum, quæ veneūt tribus aureis. Cumque iustus emptor & vëditor velle debeat, ut quæ est proportio pretij minoris ad pauciores vlnas, eadē sit pretij maioris ad vlnas plures; hæc questio non aliud postulat, quam inueniri quartum vlnarum numerum, qui se habeat ad pretium maius sex aureorum, sicut secundus, seu minor vlnarum numerus se habet ad primum, seu ad minus pretium. Hunc autē quartum numerum inueniemus hac praxi.

P R A X I S I.

In quæstione quæ soluenda proponitur, duo sunt numeri de eadem re, quorum alter qui quæstionem habet annexam tertio loco collocari debet; alter vero

to qui est de eadem re primum locum occupabit; medium denique seu secundum locum tenebit numerus, qui est de re diuersa. vt in exemplo allato, duo sunt termini de eadem re nimirum de aureis nummis, cum dico tribus aureis emuntur duæ vlnæ, quot igitur ementur 6 aureis? Hic inquam duo sunt numeri 3 & 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæstionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur: 3 vero qui numerus est de eadem re primo loco constituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui est de re diuersa stabit medius, vt hic vides.

3 aurei, 2 vlnæ. 6 aurei? 4 vlnæ

P R A X I S II.

Duc secundum numerum in tertium, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & satisfacit quæstioni. Vt in superiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ si diuidas per 3 erit Quotiens 4 atq; hic numerus est vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis si duæ vlnæ venduntur

tur tribus aureis: æquum est enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio seu fundamentum huius regulæ est, quod, vt demonstrat Euclides pro. 19.7. tum quatuor numeri sunt proportionales. seu ita se habent vt sit tertius ad quartum, sicut primus ad secundum; quando productum ex tertio in secundum æquale est producto ex quarto in primum, quod fit per operationem huius regulæ. Nam ex B in C fit numerus E & ex E diuiso per A fit numerus D: productum ergo ex D in A erit E sicut etiam ex B in C.

		E		
A	B	12	C	D
3	2		6	4

EXAMEN.

Multiplica quartum per primum, & si bona fuit operatio, prodibit idem numerus qui ex multiplicatione tertij per secundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, sicut ex 2 in 6.

De

De Regula trium euerſa.

CAPVT XII.

PER regulam trium modo explicatā ſatisfit quæſtioni, in qua quanto eſt maior numerus tertius habens quæſtionem annexam, tanto etiam maior erit numerus quartus quæſtioni ſatisfaciens. Interdum vero talis eſt quæſtio, vt quanto maior eſt numerus tertius, tanto minor ſit futurus quartus. Quo caſu vtendum eſt regula trium euerſa, in qua collocatio quidem terminorum eadem eſt, ſed multiplicatur ſecundus per primum & productum diuiditur per tertium cōtra quam in regula trium recta faciendum eſt, vnde hæc regula euerſa dicitur: cuius vſum quādo deſideret quæſtio ſatis ipſa res indicabit. Exempli cauſſa: imminente obſidione cenſentur in arce hominum capita 2000, & conuecta eſt annona quæ ijs ſufficiat ad menſes 5. Princeps tamen moneri curat arcis Præfectum tolerandam eſſe obſidionē menſium 8. Quærit igitur Præfectus quot capita bello minus vtilia debeat ex arce emit-

emittere; seu quot milites possit alere per 8 menses eâ annonâ quę sufficit duobus millibus ad 5 menses. Hic terminus tertius adiunctam habens quæstionem est 8 menses, & si maior esset numerus mēsum obsidionis, tanto minor numerus prodiret militū, qui ali possūt 8 mēfibus, atque hic numerus pro quarto termino quæritur. Utendum ergo regula trium euerfa, & terminis rite collocatis. 5 menses, 2000 milites, 8 menses? 1250 milites,

Multiplicetur primus numerus per secundum & prodibunt 10000 qui numerus diuidatur per 8 & Quotiēs erit 1250. Potest ergo Præfectus spatio 8 mensium alere suâ annonâ milites 1250. quem numerum si auferas ex 2000, manebūt 750 capita dimittenda ex arce.

De Regula trium composita.

C A P V T X I I I.

RE G V L A trium composita non est aliud quam simplex sepius repetita, vt si quis petat; cum conuictores duo soluant hebdomadis 4 florenos 16, quā-
F
tum

bus tertijs vna diuidatur in duas secundas. Hęc dici posset *Fractio Partis*, in qua frangitur non tota fractio, sed eius pars vnica. Secundo si omnes simul partes fractionis diuidantur, vt cum dico vna secunda, duarum tertiarum & hęc dici deberet *Fractio Fractionis*. Differunt autē valore hęc minutiarum fractiones, nam si aureus verbi causa assium 60 diuidatur in tertias partes seu florenos, & ex vna tertia seu floreno sumantur duę quintę, sūptierunt asses octo, & hęc erit *Fractio Partis*: at si sumantur duę quintę ex duabus tertijs vnus aurei accipiētur 16 asses, quę erit *Fractio totius Fractionis*.

Porro quamuis valore non parum discrepent hęc fractiones modo tamen scribendi non differunt; quare ex subiecta materia discerni oportebit an fractio partis, an vero fractionis sit intelligenda. Rarior tamen est vsus fractionis qua tota fractio diuiditur, vnde apud Arithmeticos, plerūque fractio partis intelligenda est, nisi aliud indicetur, qualis solet remanere ex diuisione numeri integri cum fractione, per numerum integrum.

Sic

Sic vero solēt scribi fractiones fractionū, vt in prima tantū interseratur linea & inter fractiones reliquas punctum signetur hoc modo $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ quæ si sit fractio partis significat vnā secundam vnius è tribus quartis. Quod si esset fractio totius fractionis significaret vnā secundam trium quartarum. Hæc vero $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ si sumatur vt sectio partis est vna secunda, vnius è trib⁹ quartis sūptis ex vna quinque sextarū. Si vero sumatur vt fractio totius erit vna secūda triū quartarū ex 5 sextis.

Quando igitur siue fractio partis, siue fractio totius fractionis minutia adhæreſcit, priusquam vel additio vel alia operatio fiat circa minutiā illā, Fractio fractionis vel ad simplicē minutiam reduci debet, vel addi ad minutiā cuius est fractio quod vtrūq; mox docebimus; & primo quidem de fractione partis, & postmodū etiā de fractione totius fractionis.

PRAXIS I.

Reductio fractionis, quā pars Minutiae diuiditur, ad fractionem simplicem.

Denominatores inter se multiplicentur, & prodibit denominator minutia

E 4 sim.

simplicis, numerator vero erit idem qui prius erat in prima parte fractionis. Vt si datur $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ hoc est vna secunda vnius è tribus quartis, multiplicetur 2 per 4 & fiet 8, cui superponas 1 & fiet minutia $\frac{1}{8}$ æquiualeus illi $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$.

Quod si fractio pluribus quam duobus membris constat; multiplica primum denominatorem in secundum, & productum ex his duobus duc in tertium, &c. donec venias ad vltimam partem fractionis, eritque vltimo productus numerus denominator minutia æquiualentis, cui addetur numerator idem qui prius. Vt hæc minutia $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ multiplicando 2 in 4 vt fiant 8 & 8 in 6, vt sint 48, reducetur ad hanc simplicem æquiualentem $\frac{1}{48}$.

P R A X I S II.

Additio eiusdem fractionis ad eam cuius pars diuiditur.

Hanc additionem alij Infectionem vocant, quæ sic peragitur. Denominatores inter se multiplica, vt prodeat denominator nouæ minutia: Numerator vero habebitur si denominator prioris minutia in nominatorem posterioris ducatur & pro-

& producto adijciatur numerator prioris minutiae. Vt si velis hanc fractionem $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ addere ad $\frac{3}{5}$ duc 3 in 5 & fiunt 15 pro denominatore. Deinde 3 in 4 sunt 12 & addito numeratore 2 fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo minutia $\frac{14}{15}$ æquivalens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$.

Quod si tribus aut pluribus membris constet fractio, duc duos denominatores primos inter se, & productum ex his in tertium denominatorem &c. & quod ultimo prodibit erit denominator nouæ minutie. Pro numeratore vero numerator ultimæ minutiae ducatur in denominatorem penultimæ, & producto addatur numerator eiusdem penultimæ, hoc deinde aggregatū ducatur in denominatorē antepenultimæ, & eiusdē numerator adijciatur numero producto; sicq; ultra pergatur si fuerint plura neutra quā tria; nam quod ultimo prodibit erit numerator minutiae quæ sita. Vt si lubet hanc minutiam $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ hoc est vnam secundam vnius quartæ ex vna sexta, & vnam quartam vnius sextæ addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48 denominator.

74 ARITHMETICA PRACTICA
 denominator nouæ minutia. Deinde 5
 in 4 sunt 20 & additis 3 fiunt 23, quæ du-
 ctæ in 2 sunt 46 quibus addito 1 fiunt de-
 nique 47 pro numeratore. Erit ergo mi-
 nutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis
 in vnum.

PRAXIS III.

*Reductio fractionis quâ tota fractio diuiditur
 ad simplicem minutiam.*

Multiplicentur inter se tam numera-
 tores quam denominatores; prodibunt
 enim numerator & denominator sim-
 plicis minutia æquiualentis. Vt si den-
 tur $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ hoc est duæ tertiæ trium quarta-
 rum, duc inter se numeratores 2 & 3 fiet
 6 numerator nouæ minutia. Similiter
 denominatores ducantur alter in alterũ
 & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ æquua-
 lens isti $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Quod si fractio fractionis constaret
 tribus aut pluribus membris, multipli-
 cabuntur numeratores duo inter se, &
 productum ducetur in tertium &c. vlti-
 mæ enim multiplicationis productum
 erit numerator nouæ minutia. Idem in
 deno-

denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ æquivalet isti $\frac{30}{72}$ seu $\frac{5}{12}$.

P R A X I S IV.

Additio eiusdem fractionis ad eam quæ dividitur.

Denominatores inter se multiplicentur & habebitur denominator nouæ minutiae. Deinde numerator posterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter se; nam conflatum ex utroque erit numerator nouæ minutiae. Vt si detur minutia $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator nouæ minutiae. deinde duces 4 in 3 & fient 12, itē 2 in 4 & fient 8 quod productum si addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore nouæ minutiae. erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquivalens istis simul sumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$.

Quod si minutia data haberet plura quam duo membra tenebis eandem multiplicandi methodum siue in denominatoribus siue in numeratoribus, incipiendo ab extremo mēbro, vt in simili aliquo-

aliquoties dictum est. Exempli causa si
 dentur $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}$ hoc est duæ tertiæ quatuor
 quintarum ex sex septimis, & quatuor
 quintę sex septimarū addende ad $\frac{6}{7}$; duc
 3 in 5 & erunt 15, item 15 in 7 & fient 105
 pro denominatore nouę minutia. Nunc
 vero pro numeratore, 6 in 5 sunt 30, & 4
 in sex sunt 24, quod si addideris priori
 producto 30. fient 54. Deinde 54 in 3
 sunt 162, quibus adde 2 in 4 seu 8, & 8 in
 6 seu 48, fietque numerus 210 numera-
 tor nouæ minutia $\frac{210}{105}$ seu 2 integra. Si
 ergo duas tertiæ quatuor quintarum ex
 sex septimis, & quatuor quintas sex sep-
 timarum, addas ad sex septimas habebis
 duo integra.

De regula trium.

CAPVT II.

REGVLA trium est methodus qua
 ex tribus numeris cognitis elicitur
 quartus incognitus. Ab his ergo tribus
 numeris cognitis dicitur regula Trium.
 Dicitur etiam regula aurea, ob immen-
 sam vtilitatem, Regula Proportionum
 quia versatur inter numeros proportio-
 nales.

nales. Docet enim datis tribus ordine numeris inuenire quartū, qui se habeat ad tertium, sicut secundus ad primum. Exempli gratia: Emit quispiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas sit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti; aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirū numerus vlnarum, quæ veneūt tribus aureis. Cumque iustus emptor & vëditor velle debeat, ut quæ est proportio pretij minoris ad pauciores vlnas, eadē sit pretij maioris ad vlnas plures; hæc questio non aliud postulat, quam inueniri quartum vlnarum numerum, qui se habeat ad pretium maius sex aureorum, sicut secundus, seu minor vlnarum numerus se habet ad primum, seu ad minus pretium. Hunc autē quartum numerum inueniemus hac praxi.

P R A X I S I.

In quæstione quæ soluenda proponitur, duo sunt numeri de eadem re, quorum alter qui quæstionem habet annexam tertio loco collocari debet; alter vero

to qui est de eadem re primum locum occupabit; medium denique seu secundum locum tenebit numerus, qui est de re diuersa. vt in exemplo allato, duo sunt termini de eadem re nimirum de aureis nummis, cum dico tribus aureis emuntur duæ vlnæ, quot igitur ementur 6 aureis? Hic inquam duo sunt numeri 3 & 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæstionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur: 3 vero qui numerus est de eadem re primo loco constituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui est de re diuersa stabit medius, vt hic vides.

3 aurei, 2 vlnæ. 6 aurei? 4 vlnæ

P R A X I S II.

Duc secundum numerum in tertium, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & satisfacit quæstioni. Vt in superiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ si diuidas per 3 erit Quotiens 4 atq; hic numerus est vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis si duæ vlnæ venduntur

tur tribus aureis: æquum est enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio seu fundamentum huius regulæ est, quod, vt demonstrat Euclides pro. 19.7. tum quatuor numeri sunt proportionales. seu ita se habent vt sit tertius ad quartum, sicut primus ad secundum; quando productum ex tertio in secundum æquale est producto ex quarto in primum, quod fit per operationem huius regulæ. Nam ex B in C fit numerus E & ex E diuiso per A fit numerus D: productum ergo ex D in A erit E sicut etiam ex B in C.

		E		
A	B	12	C	D
3	2		6	4

EXAMEN.

Multiplica quartum per primum, & si bona fuit operatio, prodibit idem numerus qui ex multiplicatione tertij per secundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, sicut ex 2 in 6.

De

De Regula trium euerſa.

CAPVT XII.

PER regulam trium modo explicatā ſatisfit quæſtioni, in qua quanto eſt maior numerus tertius habens quæſtionem annexam, tanto etiam maior erit numerus quartus quæſtioni ſatisfaciens. Interdum vero talis eſt quæſtio, vt quanto maior eſt numerus tertius, tanto minor ſit futurus quartus. Quo caſu vtendum eſt regula trium euerſa, in qua collocatio quidem terminorum eadem eſt, ſed multiplicatur ſecundus per primum & productum diuiditur per tertium cōtra quam in regula trium recta faciendum eſt, vnde hæc regula euerſa dicitur: cuius vſum quādo deſideret quæſtio ſatis ipſa res indicabit. Exempli cauſſa: imminente obſidione cenſentur in arce hominum capita 2000, & conuecta eſt annona quæ ijs ſufficiat ad menses 5. Princeps tamen moneri curat arcis Præfectum tolerandam eſſe obſidionē menſium 8. Quærit igitur Præfectus quot capita bello minus vtilia debeat ex arce emit-

emittere; seu quot milites possit alere per 8 menses eâ annonâ quę sufficit duobus millibus ad 5 menses. Hic terminus tertius adiunctam habens quæstionem est 8 menses, & si maior esset numerus mēsum obsidionis, tanto minor numerus prodiret militū, qui ali possūt 8 mēfibus, atque hic numerus pro quarto termino quæritur. Utendum ergo regulæ trium eversa, & terminis rite collocatis. 5 menses, 2000 milites, 8 menses? 1250 milites,

Multiplicetur primus numerus per secundum & prodibunt 10000 qui numerus diuidatur per 8 & Quoties erit 1250. Potest ergo Præfectus spatio 8 mensium alere suâ annonâ milites 1250. quem numerum si auferas ex 2000, manebūt 750 capita dimittenda ex arce.

De Regula trium composita.

C A P V T XIII.

RE G V L A trium composita non est aliud quam simplex sepius repetita, vt si quis petat; cum conuictores duo soluant hebdomadis 4 florenos 16, quā-
F tum

82 **ARITHMET. PRACTICA**
 tum soluent conuictores 5, hebdomadis
 6? Quia hic plusquam tres termini noti
 sunt, reducendi erunt ad tres, aut pluries
 vsurpanda regula trium. Primum igitur
 ex quinque terminis datis, ille qui solus
 est de vna re, ponatur pro secundo ter-
 mino; vtrisque vero ponatur qui bini
 sunt de eadem re; vt in exemplo allato,
 qui solus est de florenis est 16; medius er-
 go constituetur hic numerus & vtrinque
 collocabuntur bini qui de eadem re sunt,
 vt hic factum vides. Deinde fiet opera-
 tio regulæ trium inter tres terminos su-
 periores, multiplicando 16 per 5, & diui-
 dendo per 2; prodibit enim pro quarto
 termino 40, qui collocetur pro secundo
 termino operationis secundæ, factaque
 rursus operatione regulæ trium prodi-
 bit quotiens 60, & totidem florenos de-
 hebunt soluere conuictores 5 hebdoma-
 dis 6.

Conu.	Flor.	Conu.	Flor.
2.	16.	5?	40.
Hebd.		Hebd.	
4.	40.	6?	60.

Br-

Breuius eadem quæstio absoluetur multiplicando inter se terminos, qui primo loco constituti sunt, & similiter eos qui tertio; tum enim vnica operatione regulæ Trium res conficietur: vt in exemplo dato multiplico 2 conuictores, per numerum hebdomadarum 4, & fiūt 8 pro primo termino. Similiter 5 conuictores multiplico per hebdomadas 6, & fiunt 30 pro tertio loco. Medius vero constituetur terminus 16 floreni & facta operatione regulæ trium prodeant 60 floreni vt ante.

8. 16. 30? 60.

Atque hæ praxes altera alteri erunt examinis loco.

De Regula Societatum.

CAPVT XIII.

REGVLA Societatum est qua commune quidpiam pluribus distribuitur pro rata portione. Eius vsus est inter mercatores, qui plures pecunias in communem bursam conferunt: vnde postea si quid lucris emerfit aut damni singuli quod equum est lucris aut damni percipiunt

84 ARITHMETICA PRACTICA
 piunt pro rata portione pecuniæ quam
 in commune periculum exposuerunt.

PRAXIS I.

Collige in vnam summam, omnem pecuniam, quæ in commune collata est ab omnibus; nam hæc erit pro primo termino regulæ trium: secundus erit lucrū vel damnum commune; tertius pecunia à singulis collata. Deinde operando toties per regulam trium quot sunt summæ collatæ à singulis mercatoribus; prodibit singulorum lucrum, vel damnum quod quærebatur. Exempli gratia sint tres mercatores, quorum primus in commune contulerit aureos 216, secundus 244, tertius 172; & ex pecunia illa fac prouenisse lucrum aureorum 400. Quæritur quod sit lucrum singulorum. Colligantur in vnam summam pecuniæ collatæ, eritque summa 632 aurei pro primo termino, reliqui vero collocabuntur iuxta antedicta vt hic vides.

$$\begin{array}{rcl}
 & \left\{ \begin{array}{l} 216? \\ 244? \\ 172? \end{array} \right. & \text{Fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 136 \frac{448}{632} \\ 154 \frac{272}{632} \\ 108 \frac{544}{632} \end{array} \right. \\
 632. \quad 400. & &
 \end{array}$$

PRAXIS

P R A X I S I I .

Quod si diuersitas temporis interces-
serit quo quisque mercator pecuniam
reliquit in societate, eius merito ratio
habenda est. Tunc igitur antequam col-
ligantur in vnum pecuniæ singulorum,
multiplicentur per tempus quo quisque
habuit pecuniam in communi bursa, &
tūc demum fiat additio, cuius summa e-
rit primus terminus; secundus erit lu-
crum commune, tertius pecunia cuius-
que multiplicata per suum tempus; &
facta operatione vt dictum est praxi su-
periore, prodibit lucrum singulorum.

De Regula Alligationis.

C A P V T X V .

DOcet hæc regula res variij pretij aut
alterius mensuræ, communi pretio
aut alia mensura æstimare; quod dici so-
let *pretium medium*. Exempli gratia: Vult
Princeps monetam cudere, & offertur
argentum duplex, impurius vnum, ex
cuius vna libra possent cudi quindecim
nummi assium 28; purius alterum ex cu-
F 3 ius

ius vna libra conderentur nummi quindecim, assium singuli 36. Vellet autem Princeps ex hoc duplici argento ita misceri 12000 librarum, vt ex vna cudi possint nummi quindecim, assium 30. Hoc est ergo pretium commune seu mediū, ad quod vtrumque argentum est reducendum.

PRAXIS I.

Constituantur pretia minora sub maioribus, aut contra & alligentur inter se; hoc est excessus maioris supra medium, collocetur ad latus minoris, & cōtra defectus minoris ponatur ad latus pretij maioris. Vt in exemplo
 36. 2
 allato in quo pretium mediū 30
 est 30, maius 36, minus 28, ex- 28. 6
 cessus maioris qui est 6 ponetur ad latus
 minoris & defectus minoris qui est 2 ad-
 scribetur ipsi maiori vt factum hic vi-
 des.

PRAXIS II.

Differentiæ pretiorum, hoc est tam excessus quam defectus à pretio medio, colligantur in vnam summam pro primo
 mo

mo tèrmino regulæ trium; secundus vero erit res redigenda ad commune pretium, tertius singulę differentiæ pretiorum; iterabiturque toties regula triũ quot fuerint pretia diuersa. Vt in exemplo nostro summa differentiarum est 8, res ad commune pretium redigenda 12000 librarum argenti, ita ergo stabit exemplum.

Summa 8, 12000. lib. quantũ $\left\{ \begin{array}{l} 2? 3000 \text{ lib. purioris} \\ 6? 9000 \text{ lib. impurioris} \end{array} \right.$

Quod si Princeps non præscribat numerum librarum miscendarum, sed petat tantum qua proportionem miscenda sit vna libra, stabit exemplum vt prius mutato termino secundo.

Sũma 8. 1 libra. quãtũ $\left\{ \begin{array}{l} 2? \frac{2}{8} \text{ seu } \frac{1}{4} \text{ purioris.} \\ 6? \frac{6}{8} \text{ seu } \frac{3}{4} \text{ impurioris.} \end{array} \right.$

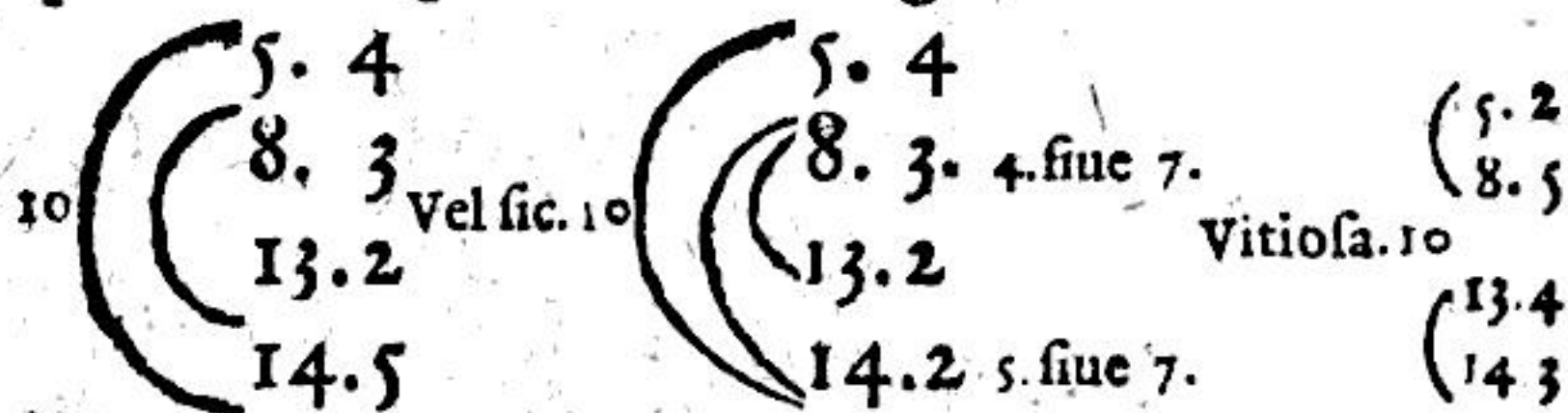
Debet ergo ea proportionem misceri argentum vt cum ponetur vna quarta purioris, admisceantur tres quartę impurioris argenti.

PRAXIS III.

Quando plura erunt quam duo pretia, varie inter se colligari possunt permutatis differentijs; dummodo vnumquod-

F 4 que

quodque pretium vt minimum semel alligetur, pluries enim vnum alligari nihil vetat. Obseruabis tantum vt maius semper cum aliquo minori, numquam autem, vel duo maiora, vel duo minora medio pretio, colligentur inter se. Vt si Principi volenti fundere tormenta bellica, offerantur varia eris genera, & viliorum metallorum, vnum cuius libra sit assium 5, secundum 8, tertium 13, quartum 14, quæ velit ita misceri vt libra sit assium 10; collocabuntur ordine pretia, quæ variè possunt colligari.



Cum plus de aliquo genere volumus misceri, pluries tantum erit alligandum; vt in secunda colligatione plus de secundo & quarto metallo accipietur, quia maior differentia illis adiacet quam cæteris. Vitiosa autem est colligatio tertia quia in ea duo simul maiora alligantur & duo simul minora, quod vtrumque vitandum est.

Obser-

Obferuabis etiam cum idem genus pluribus alijs alligatur, differentias plures in vnum debere colligi, vt vides factũ in fecunda alligatione. iuxta quam ita perficietur exemplum.

Sũma Differētiarũ 4? $\frac{4}{20}$

20.1 lib. quātũ 7? $\frac{7}{20}$

2? $\frac{2}{20}$

7? $\frac{7}{20}$

EXAMEN.

Examen fiet per aliam operationem regulæ trium: nam si pro primo termino fumatur mensura cuiusque generis, & pro secundo eiusdem pretium, pro tertio, portio iuxta quam vnumquodque miscetur, prodibũt pretia cuiusque portionis, quæ in vnum collecta æqualia erunt pretio medio, si bona fuit operatio. Vt in exemplo mox allato, Dic; vna libra primi metalli est 5 assium, quanti erunt $\frac{4}{20}$? & inuenies esse $\frac{20}{20}$ siue vnus assis. Item 1 libra secundi est 8. quanti $\frac{7}{20}$? vt erit $\frac{56}{20}$ hoc est 2 $\frac{16}{20}$ assium. Amplius 1 libra tertij est 13 assium, quanti $\frac{2}{20}$ & erunt

90 ARITHMETICA PRACTICA
 & erunt $\frac{26}{28}$ siue $1\frac{6}{28}$ assis. Denique libra quarti est 14. quanti $\frac{7}{28}$ & inuenies esse $\frac{26}{28}$ hoc est $4\frac{18}{28}$ assis, quæ omnia pretia si in vnum colligas efficientur asses 10, quod erat statutum pretium commune.

De Regula falsi simplicis positionis.

CAPVT XVI.

DOcet regula falsi ex suppositione alicuius numeri qui re vera quæstioni non satisfacit, numerum quæsitum inuenire qui soluat propositam quæstionem; quod fit beneficio Regulæ Trium, seu Proportionum. Soluuntur namque per hanc regulam quæstiones omnes, quorum termini dantur in certa proportionem inter se constituti, & quorum proportio in ipsa quæstionis propositione exprimitur.

Quando enim datur vel totus numerus habens se in certa proportionem ad partem incognitam, vel pars notæ proportionis ad totum incognitum; accipio aliquod totum cognitum & resoluo in
 par-

partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quæ in quæstione exprimuntur. Tum vero ex toto & parte numeri cogniti deuenio in cognitionem, vel partis, vel totius incogniti; si enim quæritur pars incognita, notæ tamen proportionis ut pars quarta alicuius numeri, pono pro primo termino regulæ trium, totum cognitum & pro secundo partem datæ proportionis, pro tertio vero totum quod datur in quæstione, & operando iuxta regulam trium necessario prodit pars ante incognita; quandoquidem per hanc regulam prodit 4 terminus se habens ad tertium, sicut secundus se habet ad primum. In exemplo res erit manifestior. Quæritur numerus cuius quadruplum sit 36. Hic datur totum notum 36, & quæritur quis numerus sit eius pars quarta. Pono ergo pro primo termino totum aliquod cuius pars quarta mihi nota est, puta 24 cuius pars quarta est 6. & dico si 24 pro parte quarta dat 6 quid dabit 36? & habetur necessario pars ante incognita, quia quartus terminus qui prodibit se habebit ad 36; sicut 6 ad 24

VE

92 ARITHMET. PRACTICÆ
vt docuimus cap. II. sed 6 est pars quarta ipsius 24. ergo & terminus quartus erit pars quarta ipsius 36. Ita ergo stabit exemplum.

24 dant 6. 36? 9.

Quod si in quæstione detur pars cognita & quæraturs eius totum; tunc pro termino primo ponetur pars totius alterius cogniti, & pro secundo totum cognitum, pro tertio pars data in quæstione; & pro quarto prodibit totum incognitum. Vt si quæras. Quod est quadruplum numeri 9? Dicam; 6 est quarta pars numeri 24, cuius quarta erit 9?

6 dat 24. 9? 36.

In hoc igitur posita est tota vis regulæ falsi, vt ex sectionibus certę proportionis numeri cogniti, per datam similem in quæstione proportionem deueniatur in cognitionem totius, vel partis in altero numero incognitæ. Quapropter cum proponitur quæstio diligenter attendendum est, vt pro suppositione accipiamus numerum qui commode & sine fractionum molestijs admittere possit sectiones eius proportionis, quæ exprimitur in quæ-

quæstione. Verbi causa Quidam in itinere Romano expendit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ suæ pecuniæ, & supersunt illi 36 aurei; quæritur quot ille aureos habuerit. Querendus ergo mihi numerus, qui cōmode capiat diuisionē in partes tertias & sextas, qualis est 24, 36 & alij. Ponam ergo 24 cuius $\frac{1}{3}$ est 8, & $\frac{1}{6}$ est 4, quæ ambæ partes si auferantur à toto 24 manebunt 12, longe ergo absumus à solutione quæstionis, quæ ponit mansisse 36. Quia tamen habeo notum totum 24, sectum in partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quas proponit quæstio, & scio post illas sectiones mansisse 12, sic deueniam ad numerum quæsitum. Si 12 manserunt ex toto 24 post ablatam $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, ex quo toto post similem ablationem manebunt 36.

Dic ergo: 12 ex 24. Ex quo 36? 72.

Nā si ex 72 aureis expendit $\frac{1}{3}$ quæ est 24, & $\frac{1}{6}$ quæ est 12, manebūt illi 36 aurei.

Aliud exemplum. Miles gregarius, Decurio, & Centurio partiri volunt spolia 245 aureorum, ea lege vt Decurio duplo plus, & Cēturio triplo plus accipiat quam Miles. Hic sumendus numerus
qui

qui facile multiplicetur in duplū & triplum: Ponamus ergo milites accipere 6 aureos, quare Decurio accipiet 12, & Centurio 18, & omnes simul acceperint 36, cum tamen habeant 245 diuidendos. Dic ergo

Si 36 dant 6, quātū dabūt 245? $40\frac{5}{6}$ seu $\frac{5}{6}$.
 Nam si miles accipiat $40\frac{5}{6}$ Decurio habebit $80\frac{10}{6}$ & Centurio $120\frac{15}{6}$ qui numeri simul sumpti sunt 245.

Non est tamen dissimulandum huiusmodi quæstiones sepe expeditius posse solui quam per regulam falsi. Vt in postremo exemplo si miles accipiatur pro 1. Decurio pro 2. Centurio pro 3. vt omnes simul sint 6 & per hunc numerum diuidatur summa proposita prodibit Quotiens $40\frac{5}{6}$ pro militis portione, ex qua reliquæ definientur. Item in penultimo exemplo cum illæ expenderit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ suæ pecuniæ, reducantur hæ fractiones ad vnā & fient $\frac{7}{12}$ siue $\frac{1}{2}$. Expēdit igitur dimidiū suorū aureorū & cū restent 36 sine dubio habuit 72. Hæc ideo monuerim, quod sæpe non sit opus recurrere ad regulam falsi, cum quis diligenter attendit
 teno-

tenorem quæstionis.

Explicuimus igitur vim atque vsum regulæ falsi, in qua vnicus ponitur numerus ad alterum inuestigandum, quæ ideo dicitur regula falsi simplicis positionis. Est enim alia duplicis positionis per quã omnes quæstiones solui possunt, quæ enodantur per simplicem positionem, & multo etiam plures de qua capite sequenti. Quibus, vero in quæstionibus manca sit simplex positio, vt propterea ad duplicem sit recurrendum hoc loco discernamus, id enim video interesse non parum & obscure admodum aut imperfectè traditū hactenus. Diximus initio regulam simplicis positionis totam niti regula Proportionum. Affirmo igitur tunc esse vtilem, cum in quæstione exprimitur proportio terminorum vel inter se, vel in ordine ad numerum incognitum qui quæritur. Quando vero ponuntur termini in quæstione quorum proportio non exprimitur, huic quæstioni nō potest satisfieri, per simplicem, sed duplex positio est adhibenda. Exempli causa; si quis quærat numerum ex cuius

dimi-

dimidio ablatis 6 maneat 2, non potuit
satisfieri per simplicem positionem, seu
per regulam proportionum; quia non
exprimitur proportio ipsius 6, vel ad di-
midium, vel ad totum numerum qui quæ-
ritur. Vnde alterum indicium practicum
licebit colligere vt discernamus quando
vtendum sit duplici positione. Quoties-
cunque enim tenor quæstionis est hu-
iusmodi, vt numerus aliquis qui in quæ-
stione datur, debeat adhiberi ad sectionem
numeri quam sum positurus; tunc opus
est duplici positione. Vt in exemplo alla-
to, si velim procedere iuxta quæstionem,
assumam verbi gratia numerum cogni-
tum 24, ex cuius dimidio auferam 6: Vi-
des igitur numerum 6, qui datus est in
quæstione, adhiberi ad sectionem nume-
ri, qui ponitur ad alterum inuestigandum:
quare vnica positio & regula proportio-
num hic non satisfaciet; nam vt mane-
remus intra proportionem deberent 24
diuidi non per 6, sed per numerum qui
haberet se ad 24, sicut 6 se habet ad nu-
merum incognitum; deberet ergo indicari
per quæstionem quæ sit illa proportio, &
tunc

tunc locum haberet regula proportionum.

Quando igitur quæstio non satis exprimit, quæ sit terminorum proportio, videndum est an ea proportio non possit colligi ex ijs quæ dicuntur. Vt quia in exemplo allato dicitur, ablatis 6 ex dimidio manere 2; sine dubio dimidium illud est 8, sunt autem 6 tres quartæ ipsius 8. Quare si in quæstione exprimaturs, hæc proportio poterit solui per regulam proportionum. Vt si quæraturs quis sit numerus ex cuius dimidio ablatis $\frac{3}{4}$ ipsius dimidij, maneant duo. Dicam sic: Ex dimidio ipsius 24, quæ est 12, ablatis $\frac{3}{4}$ maneat 3. Nunc vero per regulam proportionum.

Si 3 ex 24. ex quo prouenient 2? 16.

Nã si ex dimidio ipsius 16 quod est 8 auferatur 6, manebunt 2, vt volebat quæstio.

Aliud exemplum. Quot aureos habet ille qui si accipiat insuper $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ suæ pecuniæ, & præterea 50 aureos, habiturus est aureos 300? Non potest etiam hæc quæstio solui per regulam proportionum; quia non exprimitur

G pro-

proportio ipsius 50 ad numerum incognitum qui quæritur; siue quia operando iuxta tenorem quæstionis, numerus 50, qui dicitur in quæstione, esset etiam adhibendus ad numerum ponendum per suppositionem falsi: deberet autem adhiberi non 50, sed numerus qui se haberet ad numerum ponendum, sicut se habet 50 ad numerum qui quæritur. Quia vero illa proportio non potest colligi ex ijs quæ dicuntur in quæstione, hinc solui non potest quæstio per regulam trium. Tunc vero considerandum est, an illud cuius proportio sciri nequit, non possit separari à reliquo quæstionis. Dicit quæstio; si 50 addatur ad partes nominatas, fore aureos 300. Separentur ergo 50 a 300 postea restituenda: & manebunt 250. Quæraturn deinde iuxta tenorem reliquæ quæstionis quot aureos habeat ille, cui si addatur $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ habiturus est 250. Ponamus illum habere aureos 48, ac proinde si addatur $\frac{1}{2}$ seu 24, $\frac{1}{3}$ seu 16: & $\frac{1}{4}$ seu 12, habebit 100, debebat autem habere 250. Dic ergo.

Si 100 proueniunt ex 48, Ex quo 250? 120.

Nam

Nam si ipsi 120 addantur dictæ partes, quæ sunt 60. 40. 30. efficientur 250; quibus si adiungas 50 quæ se posueram; prodibunt 300. Habet ergo ille 120 aureos. & sic soluta est quæstio.

Duobus igitur hisce modis quæstiones solui poterunt per simplicem positionem, quibus alioqui adhibenda foret duplex positio; inquirendo nimirum proportionem terminorum, quæ non satis exprimitur, vt in penultimo exemplo; aut si ea proportio non potest inueniri, separando a quæstione illud cuius ignoratur proportio, vt factum est in exemplo ultimo. Quod si quæstio ita sit intricata vt neutro modo iuuari possimus, vtendum erit regula duplicis positionis, quam aggredimur explicare.

De Regula falsi duplicis positionis.

C A P V T XVII.

PROPOSITA quæstione per hanc regulam enodanda, accipietur quiuis numerus commodus ad diuisiones, quas postulat quæstio, vt iam monuimus, isq; examinabitur an satisfaciat quæstioni. Quod si non satisfecerit accipietur alter

100 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
numerus similiter examinandus; & si ne
hic quidem satisfecerit, tunc ex duobus
erroribus verus numerus elicietur aptus
ad soluendam quæstionem. Nam aut er-
rores erunt similes, ut fit cum uterq; pec-
cat siue per excessum, siue per defectum; vel
erunt dissimiles, ita ut unus sit per exces-
sum, alter vero per defectum; Quouis
autem modo peccari contigerit elicie-
tur veritas, ex sequentibus.

PRAXIS I.

Quando errores sunt similes.

Numerus, qui primo ponitur, collo-
cetur supra in sinistra crucis parte, & in-
fra error scribatur, adiuncta litera P si
plus sumptum est quam oportuit, aut li-
tera M, si minus. Numerus vero secun-
dæ positionis in parte crucis dextra an-
notetur cum suo errore supposito: mi-
nor deinde errorum ex maiore subtra-
hatur, & residuum, quod erit differentia
errorum, ad pedem crucis notetur; hic
enim numerus erit diuisor in operatio-
ne per quam quæstio enodabitur. Col-
locatio igitur terminorum erit qualis
hic

hic apparet, vt prima positio $\begin{matrix} A & X & C \\ B & X & D \\ & E & \end{matrix}$
 sit vbi A, primus error vbi B,
 secunda positio vbi C, secun-
 dus error vbi D. Differentia errorum seu
 diuisor vbi E.

Terminis sic collocatis multiplicen-
 tur numeri positi per errores alternos;
 hoc est prima positio per errorem secū-
 dum, & secunda positio per errorē pri-
 mum; minor deinde productorum nu-
 merus subtrahatur ex maiore, & residu-
 um quod erit differentia productorum,
 diuidatur per differentiam errorum,
 quod infra crucem pro diuifore annota-
 ri iussimus: nam Quotiens huius diuisio-
 nis erit numerus qui queritur ad soluē-
 dam quæstionem.

Exemplum. Quæritur numerus ex
 cuius dimidio si auferas $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ manent 8?
 Pro prima positione accipio 36 cuius di-
 midum est 18, ex quo sublata $\frac{1}{2}$ quæ est 9,
 manent 9, & hinc sublata $\frac{1}{3}$ eiusdem 18,
 quæ est 6 manent 3, cum debuissent ad
 soluendam quæstionem manere 8. Defe-
 cimus ergo à veritate per 5, quæ infra an-
 noto cum litera M, quia error est per de-
 fectum

G 3

fectum. Sumo deinde pro secunda positione 60, cuius dimidium est 30, ex quo ablata $\frac{1}{2}$ manent 15, & insuper ablata $\frac{1}{3}$ manent 5,

$$\begin{array}{r} 36 \\ M \end{array} X \begin{array}{r} 60 \\ M \end{array}$$

Divisor
2

debuissent autē manere 8; Rursus ergo errauimus per defectū & error est 3, quo errore ex primo 5 subtracto manent 2, differentia errorum seu diuisor. Terminis dispositis multiplico primam positionem 36 per errorē secundum 3, fiūtq; 108: item secundam positionem 60 duco in primum errorem 5, & prodeunt 300. Subtrahō ergo 108 ex 300 & manet 192, quæ diuido per differentiam errorū, seu per diuisorem 2, & Quotiens est 96; atque hic numerus est qui quæritur & satisfacit quæstioni: eius enim dimidiū est 48 ex quo si auferatur $\frac{1}{2}$ quæ est 24 & $\frac{1}{3}$ quæ est 16 manebūt 8 vt volebat quæstio.

Eadem plane methodus seruabitur cū vterque error continget per excessum.

Vt ad soluendam eandem quæstionem, si prima positio sit 120; error per excessum notatus litera P erit 2. Deinde secundus error per excessū sit 7; differentia errorū seu diuisor erit 5 productum ex pri-

$$\begin{array}{r} 120 \\ P. \end{array} X \begin{array}{r} 180 \\ P. \end{array}$$

Divisor
5

ma positione in errorem secundum fiet 840, productum alterum ex secunda positione in errorem primum 360, Differentia horum productorum 480, quæ si diuidantur per differentiã errorũ, seu per diuisorẽ 5 fit quotiens 96, qui numerus, vt supra ostensum est, satisfacit quæstioni.

P R A X I S I I.

Quando errores sunt dissimiles.

Numeri circa crucem collocabuntur vt prius, adiecta litera P. vbi erit excessus, & litera M. vbi defectus.

Colligentur deinde errores in vnã summam, & hæc summa erit diuisor; similiter colligetur in vnũ numeri producti ex positionibus alternatim per errores multiplicatis, atque hæc summa si diuidatur per summam errorum quotiens erit numerus quæsitus. Vt in eodem exemplo quo quæritur numerus, ex cuius dimidio sublata $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ maneãt 8, si prima positio sit 60, error per defectũ erit 3; si deinde secunda positio sit 180, error per excessũ erit 7; atque hi errores collecti in vnũ dabũt diuisorem 10. Multiplicentur ergo 60 per

⁶⁰
M X ¹⁸⁰
P
7
Diuisor
10

G 4

7, &

7, & fient 420; item 180 per 3 & prodibunt 540, atque adeo si ambo producta 420 & 540, colligantur in vnam summā fient 960, quæ si diuidas per summam errorum 10 Quotiens erit 96 quem numerum ostendimus quæstioni satisfacere.

Breuiter cum errores sunt similes differentia productorum diuiditur per differentiam errorum; cum vero errores sunt dissimiles summa productorum diuiditur per summam errorum; & utroque modo fit Quotiens satisfactorius quæstioni.

De extractione Radicis Quadrata.

CAPVT XVIII.

NUMERVS Quadratus est qui ex aliquo numero in seipsū ducto producit. Vt 4 est numerus Quadratus quia fit ex multiplicatione ipsius 2 per seipsum: nam 2 in 2 sunt 4. Item 16 est numerus quia ex 4 in 4 gignitur. Quin etiam ab Arithmeticiis licet improprie dici-

2 dicitur Quadratum quia in 1. facit 2. Numeri igitur quadrati sic dicti sunt quod vnitates quibus constant paribus interuallis, sic disponi possunt, vt Quadrati formam exhibeant, cuius figuræ latera omnia & anguli omnes sunt æquales. Exempli gratia si numeri 16 quatuor vnitates in vna fronte collocentur, ac deinde tres alij quaternarij paribus spatijs distincti, efficietur Quadratum quale hic visitur.

16

Radix Quadrata, latus, seu costa Quadrati est numerus qui in se ductus producit quadratum; vt 2 est radix quadrata ipsius 4; ipsum autem 4 est radix quadrata numeri 16 &c. Dicitur autem hæc radix costa seu latus; quia in latere Quadrati vt supra ex vnitatibus constructi, latus quodlibet constituitur ex vnitatibus radices.

Extractio igitur radices Quadratæ est inuentio numeri qui ductus in se ipsum producat numerum propositum. Vt extractio radices quadratæ ex numero 4, est inuentio ipsius 2, qui ductus in se se gignit

nit numerum propositum	1	1
4. Quia vero in extractio-	2	4
ne radice ex maioribus	3	9
numeris, qui multis notis	4	16
constant, opus est in prō-	5	25
ptu esse radices & quadra-	6	36
ta notarum simplicium in-	7	49
fra 9, visum est tabellam	8	64
hic adijcere earum tam	9	81

radicum quam Quadratorum. Non sufficit autem ad inveniendum quadratum multiplicare partes radice in seipsas, sed producta toties multiplicari debēt, quā-
tus est illarum partium denominator;
vt si quærat quadratum radice 6, diui-
sa radice in partes secundas 3 & 3, non
sufficit earum quadrata in vnum colli-
gere, quæ sūt 9 & 9, seu 18, sed oportet
hec producta 9 & 9, seu 18, multiplicare
per 2 qui est denominator partiū 3 & 3; &
tūc fient 36 quadratū ipsius 6. Idē obser-
uandū in quibusvis maioribus numeris.

PRAXIS I.

Proposito numero cuius radix qua-
drata inquiritur, scribatur punctum sub
pri-

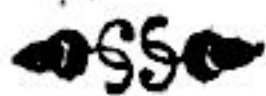
prima eius nota ad dextram, & deinde sub alijs notis alternis, ita ut vna interijciatur non notata: quot enim erunt puncta, totidem veluti erunt dati numeri membra, & totidem notis constabit radix quadrata, quæ quæritur. Quando ergo numerus notarum erit impar tunc supra primum punctum ad sinistram erit vnica nota, ut apparet in hoc numero 25984 cum autem par erit notarum, numerus, tunc supra primum punctum erunt duę notæ ut in hoc numero 216068 supra punctum primum sunt duę notæ 21.

Notis ad eum modum discriminatis, incipiatur à sinistris ut in diuisione, & quæratur radix vnius aut duarum notarum, quæ sunt supra primum punctum; cum vero notæ illæ non erunt præcise quadratæ, sumetur radix quæ summi poterit maxima. Hæc igitur radix instar Quotientis ponetur intra lineolam curuam; & eadem radix instar diuisoris scribetur sub primo puncto. Postea vero ut in diuisione fit, ducetur diuisor in Quotientem.

tientem, hoc est, radix in seipsam; productumque subtrahetur ex notis primi puncti seu membri, residuo superscripto: nam radicis extractio plane imitatur diuisionis methodum.

Exempli causa. Quæritur Radix quadrata numeri 216068: Signo igitur punctum sub 8 & sub alternis deinde notis.

Deinde quæro quæ sit radix primi membri 21, quod $\overline{21}6068$ (4 quia non est perfecte quadra-
tum, sumo ex eo quam possum maximam radicem, quæ est 4. quam noto tam loco quotientis, quam etiam loco diuisoris. Dico deinde 4 in 4 sunt 16, quæ sublata ex 21, relinquunt 5. Super scribo igitur 5 reliquis notis confixis; & peracta est prima operatio. Atque hæc operatio prima semel semper fit in extractione radicis ex primo membro, neque amplius in progressu reliquæ extractionis adhibetur. At praxis sequens repetetur toties quot erunt reliqua puncta seu membra.



P R A X I S II.

Totus quotiens (qui post secundum membrum pluribus notis constabit) duplicetur, & productum scribatur sub sequenti membro instar diuisoris. Quærat deinde quoties hic diuisor contineatur in notis superpositis, & quoties continebitur, tantus erit sumendus quoties qui addetur radici in quotiente & simul sub sequenti puncto notatus adiungetur diuisori. Vt in exemplo inchoato; duplico Quotientem 4 & sunt 8, quæ scribo instar diuisoris sub secundo membro 560 non sub 5 sed sub 6, quemadmodum iubet lex diuisionis. Quæro deinde quoties 8 in 56 & quâquam haberi possit septies, quia tamen $\begin{array}{r} 26068 \\ 46 \end{array}$ non solum 8 erit diuisor sed $\begin{array}{r} 86 \end{array}$ etiam quotiens quem sumptero addi debet diuisori, non possum sumere septies, sed sexies tantum. Adscribo igitur quotienti seu Radici numerum 6, & eundem addo diuisori collocando sub secundo puncto, vt vides in exemplo. Diligenter ergo antequam incipias multipli-

plicare per quotientem animaduertes in diuisione an possit fieri subtractio. Quam ad rem seruire potest tabula Pythagorica mobilis vt cap. 7. docuimus.

Collocato igitur apto Quotiēte & diuisore, multiplicatio & subtractio faciēda est vt in diuisione. Vt in nostro exemplo dico, 6 in 6 sunt 36, quæ ablata ex 60 relinquunt 24. Deinde 6 in 8 sunt 48 quæ ablata ex 52 relinquūt 4: atq; ita absoluta est secūda operatio. Obseruabis autē peracta hac operatione, 4

& cuiusuis radicis alia extractione non posse maiore plusquam duplum radicis inuentę, vt in nostro exemplo peracta vtraque, quam iam fecimus, operatione non potest manere plusquam duplum radicis 46. Nam numerus omnis quadratus superat proxime minorem duplo radicis ipsius Quadrati minoris, & insuper vnitatem, si ergo post extractionem, manet duplum radicis & aliquid amplius, numerus datus est Quadratus maior ex quo proinde maior radix potuit extrahi quam ea quæ extracta est.

Tertia

Tertia operatio & quotquot deinceps erunt necessariae, eodem modo fient quo secunda. Duplicabitur nimirum totus quotiens & productum sub notis sequentis membri collocabitur, quaeretur quotiens, idemque addetur diuisori; multiplicabitur diuisor, & subtractio fiet vt prius. Vt in

nostro exemplo, duplico 46 & fiunt 92, quæ scribo sub tertio membro. Quæro deinde quotientem & in-

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 437 \\
 \times 2482 \\
 \hline
 874 \\
 868 \\
 862 \\
 \hline
 464
 \end{array}$$

uenio 4, quem adiungo tam radici, quã diuisori. Multiplico deinde 4 in 4, & fiunt 16, quæ ex 68 relinquunt 52; amplius 4 in 2 sunt 8, quæ ex 45 relinquunt 37. Denique 4 in 9 sunt 36, quæ ex 43 relinquunt 7. atque ita absoluta est extractio, post quam manent 772, quæ non sunt amplius quam duplum radicis inuentæ, quæ est 464.

Si diuisor in superioribus notis ne semel quidem contineretur, scribenda est cyfra in quotiente (vt etiam fit in diuisione) & deinde duplum quotientis scriben-

bendum loco diuisoris sub sequenti mēbro, vt vides factum in exemplo adiecto.

Quod si non posset e- 287
tiam ex membro sequē- 464894 (402
ti radix extrahi; adiectâ 48802
quotienti cyfrâ, peracta esset operatio vt
apparet in adiecto exemplo 2830 (50
in quo radix est 50 & ma- 5
nent 30.

Si in numero ex quo fit extractio sint cyfræ, & antequam absoluator extractio per omnia membra nulla maneat nota significatiua, addentur Quotienti seu radici tot cyfræ quot supererunt puncta, seu membra a quibus non est facta extractio.

Vt de 40000. radix erit 200 quia ipsius 4 radix est 2, postquam autem duxeris 2 in 2, & subtraxeris, nihil manebit ex 4: addantur ergo duæ cyfræ, quia adhuc duo membra supersunt ex quibus non est facta extractio, & res tota erit peracta.

EXAMEN I.

Reijce 9 ex radice inuenta & residuū nota in vtroque crucis latere. Hęc inter se

se multiplica & ex producto simulq; ex notis, si quæ manserunt post extractionem, aufer etiam 9; residuo in capite crucis notato. Aufer denique 9 ex radice, & si residuum consentit cum eo quod est in capite crucis recta fuit operatio.

E X A M E N II.

Duc radicem in seipsam & productis partialibus adde notas post extractionem remanentes, si quæ sunt; hæc collige per additionem & redibit numerus ex quo facta est extractio, si nullus error interuenit.

Methodus altera extrahendi radicem

Quadratam.

Post extractionem radicis e primo membro, quæ a superius dictis nihil differet, operatio secunda & reliquæ deinceps hoc modo fient. Radix inuenta seu totus Quotiens multiplicabitur per 20 (nam hic numerus perpetuo adhibebitur, & propterea dicitur numerus peculiaris huius extractionis) eritque productum loco diuisoris, per quem notæ sequentis membri diuidetur: atque huius

H

diui-

diuisionis Quotiens, erit radix noua prioribus addenda. Vbi tamen obserua post hanc diuisionem non debere manere minus quam sit Quadratum nouæ radicis seu Quotientis: adeo vt si minus manserit, Quotiens seu radix noua minuenda sit vnitatem. Per hanc deinde radicem nouam multiplico diuisorem, & producto addo Quadratum eiusdem radicis posterioris, totamque summam subtraham ex notis secundi membri & perfecta est operatio.

Exempli causa sit radix extrahenda de 61843. Extrahetur imprimis radix de 6, & manebunt 2, & erit etiam radix 2. Hanc ergo radicem constituo primo loco & interiecta lineola subijcio 20 nu-

$$\begin{array}{r}
 2-10-40-4-160 \quad 242 \\
 16 \overline{) 176} \quad 61843 \quad (24 \\
 \underline{476} \\
 *
 \end{array}$$

numerus peculiariter seruientem omni operationi huius extractionis, per quem multiplicata radice 2 fit diuisor 40, ac per hunc diuisorem diuisis notis sequentis membri 218, fit Quoties 5, cuius quadratum

sequentis & fit Quotiens seu Radix noua 8, cuius quadratum est 64. Multiplico deinde diuisorem 480 per nouam radicem 8 & producitur 3840, quibus addo radicis quadratum 64, & fiunt 3904, quæ subtracta ex tertio membro relinquunt 339 vt in exemplo vides.

De inuentione radicis in numeris non Quadratis, quæ proxime ad veram accedat.

CAPVT XIX.

QUia raro contingit numerum cuius radix inuenienda est perfecte esse Quadratū, plerumque habetur radix numeri minoris eo qui proponitur, vt apparuit in exemplo supra allato. Est igitur operæ pretium videre quibus vijs possimus ad radicem vere propinquam pertingere in huiusmodi numeris non Quadratis. Et quia pro ratione subiectæ materiæ nūc tutius est accipere radicem paulo maiore, nūc paulo minore, modos trademus, quibus & iusto minor, & iusto maior, in se sibili discrimine radix perquiratur.

Prima

Prima igitur via, quâ radix tam iusto maior, quam iusto minor possit inquiri, est ea quâ vsi sumus in fractionibus. Adijciantur ad numerum propositum aliquot cyfrarum binarij, & ex numero sic aucto quæratur radix, ex qua si abijcias tot notas, quot sunt additi cyfrarum binarij, & reliquis fractionē adiūgas, cuius numerator sint figuræ abiectę, denominator vero 1, cum tot cyfris. quot sunt additi binarij, fiet radix paulo minor quâ iusta. Quot si numeratori huius fractionis addatur vnitas, fiet radix iustâ paulo maior. Vt si extrahenda sit radix de 14, qui numerus nō est quadratus, & ex quo sine fractione non potest maior radix haberi quam 3, cuius quadratum est 9 lōge distans a 14. Addo igitur vnum binariū cyfrarum, & ex 1400 extraho radicem 37 iusto minorem, quia mansit aliquid post extractionem. Quia vero adieci vnū binarium cyfrarum, tollo ex radice 37 vnā figuram, quam pono loco numeratoris, & pro denominatore pono 1; cū vnica cyfra, quia vnicum binarium addidi cyfrarū. Fit ergo radix secunda $3\frac{7}{10}$ cuius

H 3 ius

quadratum est $13 \frac{69}{100}$, multo propius accedens ad numerum propositum 14, quàm primum quadratū 9 ortum ex radice 3.

Quod si lubeat habere radicem iusto maiorem, ad fractionis numeratorem adijciatur vnitas. Nam hæc radix $3 \frac{8}{10}$ erit aliquanto maior iustâ; huius enim quadratum est $14 \frac{44}{100}$ quod excedit numerum propositum 14.

Item si in exemplo supra allato cum quæritur radix de 214068, addam duas cyfras & quæram radicem de 21406800, quæ erit 4626; sumam ergo pro numeratore fractionis 6, & denominatorem 10, fietque radix propinquior $426 \frac{6}{10}$ seu $\frac{2}{3}$ paulo minor iusta, at paulo maior esset $426 \frac{7}{10}$.

Quod si in his exemplis adiuncti fuissent duo aut plures binarij cyfrarū, multo propinquior veræ radix prodiisset.

Hac etiam via, quod supra indicaui-mus, inquiri poterit radix propinqua fractionum quæ Quadratæ non fuerint.

Ducatur enim numerator in denominatorem, & producti quære radicem propinquam adiectis quot videbitur cyfra-

frarum binarijs. Hæc deinde radix diuidatur per denominatorem; vel per hanc radicem diuidatur numerator; nam vtroque modo prodibit radix propinqua datæ minutia.

Secunda methodus inquit radicem veræ propinquam sed semper iusto maiorem, & procedit hoc modo.

Quod remansit post vltimam radicis extractionem, fiat Numerator, duplum vero radicis inuentæ, quam primum vocabimus, fiat denominator fractionis, hæc enim minutia addita primæ radici constituet radicem secundam vere propinquiorem. Vt si quæraturs radix de 14. inueniatur prima radix 3, cuius quadratum est 9 quod vocatur primum quadratum; facta ergo extractione huius quadrati ex numero proposito 14, manent 5; accipiaturs ergo pro numeratore 5, & duplum primæ radicis, quod est 6, loco denominatoris, adiiciaturque fractio primæ radicis & fiet radix secunda $3\frac{5}{6}$ cuius quadratum ordine secundum est $14\frac{25}{6}$ quod maius quidem est numero proposito 15, longe tam propius accedit quam qua-

H 4 dratum

dratum primum 9 ex radice 3. Amplius, si lubet propius ad veram accedere, excessus quadrati secundi supra numerum propositum diuidatur per duplum radicis secundæ, & Quotiens adijciatur secundæ radici, sic enim fiet radix tertia veræ propinquior quam secunda. Vt in exemplo nostro excessus Quadrati secundæ 14 $\frac{25}{36}$ supra numerum propositum 14, est ipsa fractio $\frac{25}{36}$, quæ si diuidatur per duplum radicis secundæ, quod est $7\frac{4}{6}$ fiet quotiens $\frac{150}{1636}$, quæ fractio si auferatur ex radice secunda, fiet radix tertia $3\frac{7180}{9936}$ propinquior veræ quam secunda. Eadem via posset inquiri radix quarta proprior quam tertia, & sic in infinitum.

Tertia methodus priori in progressu similis inquit radicem minorem ac minorem semper quam sit radix vera, hoc modo pro numeratore fractionis accipe id quod remansit, vt prius, ac denominator erit duplum radicis primæ adiecta unitate; sic enim fit fractio, quæ addita primæ radici dat secundam iusto minorem. vt in eodem exemplo, post sublatum

tum

tum primum quadratum 9 ex numero
 14. manet 5, quæ sunt numerator; & de-
 nominator est 7, duplum scilicet radicis
 primæ 3, cum adiecta vnitate: est ergo ra-
 dix secunda $3\frac{5}{7}$ cuius quadratum ordi-
 ne secundum $13\frac{38}{49}$ deficiens à numero
 proposito 14, fractione $\frac{11}{49}$. Hic igitur de-
 fectus (si propius adhuc voles ad veram
 radicem pertingere) diuidatur per du-
 plum radicis secundæ simul cum defe-
 ctu eiusdem radicis à radice proxime
 maiore in numeris integris, & Quoties
 adiectus radici secundæ dabit tertiã ve-
 ræ propriorem. Vt quia radix secūda est
 $3\frac{5}{7}$ deficit à radice proxima integrorum
 quæ est 4. defectu $\frac{2}{7}$ hic igitur defectus
 addatur duplo radicis secundæ & fient
 $7\frac{2}{7}$ per quem numerum si diuidatur de-
 defectus quadrati secundi qui est $\frac{11}{49}$ fiet
 quotiens $\frac{77}{646}$ quæ fractio addita radici
 secundæ dabit tertiã veræ viciniorẽ,
 & sic in infinitum propius quidem repe-
 tendo eandem operandi formam acce-
 detur ad veram, numquam tamen ad
 eam peruenietur.

CAPVT XX.

QUÆRATUR radix tam numerato-
ris quam denominatoris, sic enim
prodibit numerator & denominator
minutiae nouae quæ prioris erit radix.
Quod si vel numerator vel denomina-
tor radicem non habet exactam, tunc
tota fractio radicem exactam non ha-
bet.

Vt huius minutie $\frac{4}{9}$ radix est $\frac{2}{3}$ quia
ipsius 4 radix est 2, & ipsius 9 radix 3. At
quia in hac $\frac{4}{9}$ denominator radicem nō
habet, tota etiam radix non habebit, si-
cut nec illa $\frac{7}{4}$ quia numerator radicem
præcisam non habet. In his tamen radix
verè propinqua inquiri potest vt in nu-
meris integris adiiciendo tam numera-
tori, quam denominatori parem nume-
rum cyfrarum vt supra docuimus.

Quando vero quæretur radix integro-
rum cum adhærente minutia, resoluen-
tur integra in fractionem annexam. vt si
quæratur radix de $12\frac{1}{4}$ resoluentur in
minutiam & fient $\frac{49}{4}$ cuius radix est $\frac{7}{2}$
seu

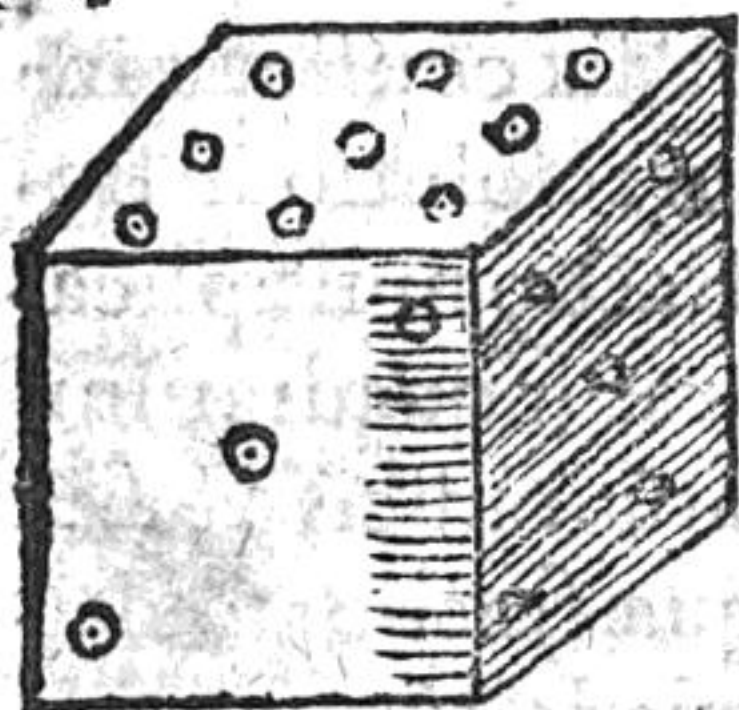
seu $3\frac{1}{2}$. Item si detur radix constans integris cum fractione, fiet resolutio in fractionem, & tunc tota fractio multiplicabitur in seipsam vt habeatur quadratum. Vt si quærat^{ur} quadratū radiceis $3\frac{1}{2}$ fiet resolutio radiceis in $\frac{7}{2}$ quæ fractio multiplicata per seipsā dat quadratū $\frac{49}{4}$ seu $12\frac{1}{4}$.

CAPVT XXI.

De extractione Radicis Cubicæ.

CUBICVS numerus est qui gignitur ex ductu numeri in seipsum & rursus ex ductu eiusdem numeri in productum. Vt 8 est numerus cubicus quia fit ducendo 2 in 2, vt fiant 4, & rursus ducendo 2 in productum 4, vt procreentur 8. Fit ergo cubus geminata eiusdem numeri multiplicatione, vt cum dico bis duo bis, gignitur cubus 8, cum vero dico ter tria ter, produco cubum 27 & sic de reliquis.

Nomen accipit cubicus numerus à Cubo corpore geometrico, quod est instar aleæ, clausum scilicet sex superficiebus quadratis equalibus in hanc formā:
sicut



sicut enim ex ductu lateris cubi in alterū latus intelligitur à Geometris produci superficiem quadratam, & ex ductu huius superficiem in eā-

dem lateris lineam constitui cubum; ita apud Arithmeticos ex multiplicatione, numeri in seipsum seu alterum sibi æqualem, fit numerus quadratus, ac rursus hoc Quadrato per eundem numerum multiplicato fit cubus.

Radix Cubica, latus seu costa cubi est numerus ille cuius gemina multiplicatione fit cubus vt radix cubica numeri 8 est 2, numeri 27 est 3 &c. Habes autem hic cubos simul cum quadratis proueniētib; ex radicibus nouem digitorum infra numerum denarium.

Radices Quadrata Cubi

1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Præ-

P R A X I S I.

Extractio radicis Cubicæ proportionē quadam fit vt extractio Quadratæ. Primo enim signantur notæ duabus sine puncto interiectis. Deinde accipitur radix cubica quanta potest maxima ex notis primi membri, & eius radicis cubus ex eisdem notis extrahitur, reliquo superscripto. Vt si cubica radix extrahenda est de 1842639, signabuntur puncta vt hic vides. Deinde quia ad primum punctum pertinet solum 1, ea pro radice sumenda est, cumque eius cubus fit 1, 1 ab 1 ablatum nihil relinquet atque ita absolutum est primum membrum, quæ operatio tantum semel fit.

1842639

P R A X I S II.

Secunda operatio & reliquæ facilius fient & certius iuxta methodū posteriorem extractionis Quadratæ. Sicut ergo ibi quia duplicandus erat Quotiens, ad 2 adijciebatur vna cyfra, & numerus peculiaris illius extractionis erat 20; ita hic quia triplicandus est quotiens, numerus pecu-

peculiaris est 3 cui adduntur duæ cyfræ,
quia duæ notæ inter puncta interijciun-
tur. Est ergo numerus peculiariter huic
extractioni seruiens 300. Et quia cubus
ex geminata multiplicatione gignitur,
hinc alter etiã numerus multiplicans est
necessarius qui est 30. Per hos ergo duos
numeros 300, 30, in omni extractione cu-
bica semper fit multiplicatio, ad radicẽ
inueniendam. Vt in prosecutione nostri
exempli. Quadratũ radicis inuentæ po-
nitur primo loco & sub ea radix ipsa. De-
inde ponũtur ad latus numeri peculiares
300, 30. Multi- Quad. 1-300-2-600 114
plicatur dein- Radix, 1-30-4-120 842369(12
de superiores — 8 8
sub inter se 300 in 1 & inferiores quoq; inter
se 30 in 1, quibus in vnũ collectis fit diui-
sor 330; per quem diuido notas mēbri se-
quētis, quæ sunt 842, fitque quotiens 2
adiungendus radici priori. Quod si diui-
sor ne semel quidẽ contineretur in notis
membri sequētis, radix esset cyfra & no-
tanda suo loco in radice (vt in omni diui-
sione & extractione radicũ fit) pergēdũ-
que ad aliud mēbrũ. Postquã ergo inuēta
est

est radix noua 2 scribitur post numeros prius dispositos, & sub ea quadratū 4 & cub⁹ 8. Deinde per radicē 2, multiplicatur numerus proxime antecedēs 300, & fiūt 600 notāda cōsequēter. Per quadratū itē 4 multiplicatur antecedens numerus 30 & fiunt 120, quibus addo cubū 8, & omnibus collectis fiunt 728 extrahenda ex 842, manebūturque 114 vt vides in exemplo. Quod si tantum prodiret in vltima collectione vt subtractio non posset fieri, tunc radix esset minuenda & iteranda operatio, ab eo loco vbi radicē 2, cum suo quadrato & cubo iussimus collocari.

Sequentes deinde operationes nihil differunt à secunda, vt si hoc exemplum lubet absoluere. Radicem 12 colloco sub suo quadrato 144 ac deinde numeros peculiāres 300 & 30. Multiplico deinde su-

$$\begin{array}{r}
 144 - 300 - 43200 - 2 - 86400 \\
 12 - 30 - 360 - 4 - 1440 \\
 \quad \quad \quad 8 \quad \quad 8 \\
 \quad \quad 43560 \quad \quad \quad 87848
 \end{array}$$

periores inter se & fiunt 43200, inferiores vero multiplicati dant 360; quibus collectis fit diuisor 43560, per quem diuido

118 ARITHMETICÆ PRACTICÆ
do notas sequentis membri 114639, &

26

26791

282639 (122

272888

87

6
X
5

fit quotiēs eademq; radix 2. Sub ea ergo
colloca quadratum eiusdem 4, & Cubū
8. Duco deinde 2 in 43200, & prodeunt
86400 item ex quadrato 4 in 360 fiunt
1440, quibus addito cubo 8, fit summa
87848 subtrahenda ex notis superposi-
tis 114639, manentque 26791. & sic quā-
tum fieri potuit ex dato numero extra-
cta est radix cubica 122.

Quod attinet ad notas remanentes
& minutias, extrahi ex vtrisque poterit
radix veræ proxima adiiciendo aliquot
cyfrarum ternarios, quemadmodum bi-
narij adijciebantur ad extractionem ra-
dicis Quadratæ, & reliqua insuper pro-
portione fient vt ibi præscriptum est.

EXAMEN I.

Adijciantur 9 ex radice & residuum
in vtroque crucis latere scribatur, Idque
residuum multiplicetur cubice, & ex
pro-

ducto simulque ex notis remanentibus, si quæ fuerunt, collatur 9, residuo notato in capite crucis. Reijciantur denique 9 ex numero de quo radix est extracta, & si quod hinc restat consentit cum eo quod est in capite crucis, rectè habet extractio.

EXAMEN II.

Radix inuenta multiplicetur cubice, & producto adde notas remanentes, si quæ fuerunt; nam omnibus in vnum collectis redibit numerus ex quo facta est extractio, nisi error alicubi interuenierit.

FINIS.



I

IN

INDEX CAPITVM

CAP. I.	De Numeratione.	pagina 7.
2	De Additione.	10.
3	De Subtractione.	14.
4	De Multiplicatione.	18.
5	De Multiplicatione per tabulam Pythagoricam.	24.
6	De Diuisione.	33.
7	De Diuisione per trbulā Pythagoricā.	47.
8	De numero fracto.	52.
9	De Additione, & reliquis circa fractionem operationibus.	63.
10	De fractionibus fractionum.	69.
11	De Regulatrium.	76.
12	De Regulatrium euerfa.	80.
13	De Regulatrium composita.	81.
14	De Regula Societatum.	83.
15	De Regula Alligationis.	85.
16	De Regula falsi simplicis positionis.	90.
17	De Regula falsi duplicis positionis,	99.
18	De extractione Radicis Quadrata.	104.
19	De inuentione Radicis in numeris nō Quadratis, quæ proxime ad veram accedat.	116.
20	De extractione Radicis ex minutia.	122.
21	De extractione Radicis Cubica.	123.

ERRA-

ERRATA.

- Pag. 18. lin. 22. lege A 135, per B 135.
- 22 5 lege. tum hæ distantia.
- 32 4 dele 1.
- 33 14 lege. contra quam.
- 36 1 lege, subtrahi debet.
- 40 4 dele. est.
- Ibidem in exemplo, vbi habes 54 lege 54.
- 41 In exemplo vbi 542 lege 542.
- 42 2 lege. continent.
- Item in exemplo secundo vbi 694 lege 694.
- linea vltima lege restituentur.
- 43 In exemplo vbi 12 lege 12.
- Ibidem in exemplo vltimo vbi 16 lege 16.
- 44 linea vltima lege reliquum.
- 45 In exemplo vbi 191 lege 191.
- 48 4 quem con-
- Ibid. 18 aut puncto.
- Ibid. 22 laminas ergo A, B, C,
- Ibid. 24 colloco.
- 54 10 vnus philippici.
- 65 5 vbi $\frac{1}{2}$ lege $\frac{1}{2}$.
- 69 6 935 $\frac{2}{3}$.
- 73 3 ad $\frac{4}{5}$.
- Ibid. 20 plura membra.
- 74 19 lege. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$.
- 94 20 ille.
- 96 12 quem.

FINIS.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text in the middle section.

Handwritten text at the bottom of the page.